1. Question d'existence

RÔLE, PLACE, ET CONTENU D'UN

PREMIER ENSEIGNEMENT DÉDUCTIF DES PROBABILITÉS

par H. BRENY

1. QUESTION D'EXISTENCE

a. Depuis son introduction dans le *Rapport sur l'enseignement de la géométrie* de la Mathematical Association en 1923 [9], la distinction des stades A (expérimental et intuitif), B (déductif), et C (systématique) a été étendue à l'enseignement mathématique en général, encore que l'on tende souvent à confondre partiellement les stades A et B (par l'introduction, au stade A, de « noyaux déductifs » où les élèves « sont amenés à constater que, de certaines propositions considérées — au moins provisoirement — comme acquises on peut déduire d'autres propositions par le raisonnement » [5]).

Assez curieusement, il semble que certains didacticiens de la mathématique — s'occupant surtout, il est vrai, de l'enseignement primaire — estiment qu'un enseignement déductif de la théorie des probabilités n'est pas de mise au niveau secondaire, ce qui revient à dire qu'il doit être réservé aux seuls spécialistes de la mathématique (et peut-être, de la physique) [1]; leur argument essentiel est qu'en cette matière ce qui compte c'est la perception d'un certain type de situations non mathématiques (les situations aléatoires) et de la façon de les mathématiser. Or, c'est précisément parce que la théorie des probabilités n'est pas un chapitre de mathématique mais, au sens plénier du mot, une *théorie physique* [2]) qu'un enseignement déductif est indispensable à une formation équilibrée de tous les futurs utilisateurs de la mathématique.

---

[1]) En dehors de ces spécialités il n'y a virtuellement plus d'enseignement mathématique *déductif* au niveau supérieur: la masse d'applications à étudier s'y oppose efficacement, et y fait de la mathématique un pur outil.

[2]) Voir toutefois le paragraphe 3 b. ci-dessous.

b. Les « théories physiques » existent depuis longtemps (dès avant les « Éléments » d'Euclide, Eudoxe avait construit une « théorie physique » des mouvements des astres). P. Duhem (lui-même excellent théoricien de la physique et remarquable historien des sciences) en a analysé la structure, mettant clairement en évidence leur aspect construit (ce sont des *modèles théoriques*) et leur forme hypothético-déductive (voir [2] et [8]): la réflexion sur les faits observables disponibles conduit à l'invention d'hypothèses, celles-ci servent d'axiomes à un édifice logique, dont les conséquences sont comparées aux observations; si cette comparaison fait apparaître un désaccord, la théorie est rejetée. K. Popper (notamment dans [11]) a beaucoup insisté sur la « falsifiabilité » des théories physiques, car il s'opposait aux logiciens comme Carnap pour qui des considérations de type probabiliste [1]) pouvaient fournir un « degré de confirmation » d'une théorie par l'expérience. La manière de comparer une théorie à l'expérience a toujours été un point faible de l'analyse épistémologique; des progrès sérieux ont été faits dans ce domaine depuis les travaux de Kuhn sur la « science normale » et les « révolutions scientifiques » ([6], [7], [13]; un bon état de la question se trouve dans [14], chap. 8 et 9). Ces progrès n'ont nullement altéré la thèse de Duhem, mais l'ont complétée: une théorie physique est à la fois une construction conceptuelle et un outil; elle comprend deux composantes: une structure logico-mathématique et un ensemble d'applications envisagées (défini, ou plutôt décrit [«en intention»], par son paradigme, ensemble d'applications particulièrement réussies et (ou?) d'importance historique particulièrement grande) [2]. Ces deux composantes sont essentielles, on ne peut négliger ni l'une ni l'autre.

c. C'est exactement cela qu'est la théorie des probabilités: *la théorie physique des phénomènes fortuits*. Et c'est précisément cela que l'enseignement pré-déductif de la théorie n'est pas en mesure de montrer. Certes, cet enseignement est indispensable: avant tout essai de théorisation il faut familiariser les élèves avec les situations aléatoires et les premiers moyens théoriques de leur analyse; si, comme beaucoup de didacticiens le pensent, un tel enseignement est possible au niveau primaire, c'est à ce niveau qu'il faut l'entreprendre; il faut alors le poursuivre — et, sinon, l'entreprendre — durant le premier cycle du niveau secondaire. Mais, si

---

[1]) En un autre sens du mot! voir paragraphe 3 b. ci-dessous.

[2]) Accessoirement, ils ont mis en évidence la thèse de la non-falsifiabilité (« immunité ») des théories physiques, dont l'observation dans l'histoire est à mettre à l'actif de Kuhn.

utile qu'il soit, un tel enseignement laisse échapper presque entièrement la structure logico-mathématique de la théorie des probabilités: celle-ci ne peut être saisie que dans un enseignement *déductif*. La situation, dans ce cas, est un peu différente de celle de la géométrie. Certes, la géométrie est aussi, pour une part, une théorie physique (la « théorie physique des relations spatiales »); mais cet aspect est relativement peu important, vu le caractère extrêmement élémentaire des notions « physiques » mises en jeu; les « structures » géométriques sont d'ailleurs perçues (et édifiées) par le jeune enfant bien avant qu'il perçoive l'aléatoire [10]. Un enseignement de la géométrie qui en resterait au stade *A* renforcé par quelques noyaux déductifs ne permettrait pas l'usage plénier de l'outil géométrique et ne donnerait de la géométrie qu'une idée insuffisante; mais pour la théorie des probabilités, un tel enseignement, laissé seul, en donnerait une idée véritablement fausse, parce qu'il n'en ferait pas ressortir l'aspect hypothético-déductif, qui est pourtant essentiel et fondamental (d'ailleurs, en géométrie, il est rarissime que l'on recoure à l'observation pour confirmer ou infirmer a posteriori un modèle théorique).

d. Une autre raison d'introduire un enseignement déductif de la théorie des probabilités est que c'est sans doute l'unique occasion que l'on ait, dans le secondaire, de faire connaître aux élèves la structure de théorie physique, qui est l'une des pierres d'angle — peut-être la plus importante — de la « culture scientifique » d'aujourd'hui. Cette structure est le moyen obligé de toute mathématisation d'un domaine réel quelconque. Mais quand nos élèves ont-ils l'occasion de la voir en action? Pas au cours de physique, assurément, sauf peut-être pour les éléments de la mécanique. Au niveau secondaire, la physique se veut — à juste titre — avant tout empirique, voire expérimentale [1]): la construction théorique abstraite d'un chapitre de physique dépasse les possibilités du niveau secondaire, à cause de la complexité des phénomènes mis en jeu et des outils mathématiques de leur analyse (exemple: seuls quelques spécialistes sont réellement à même d'aborder — par exemple au niveau d'une « sixth form » anglaise — l'édifice newtonien conduisant déductivement aux lois de Kepler, qui est pourtant l'exemple le plus élémentaire possible). L'enseignement déductif de la théorie des probabilités reste en fait le seul où les élèves puissent vraiment rencontrer la structure de théorie physique.

---

[1]) Là où elle reste livresque, elle prend un faux air de discipline déductive, sans base expérimentale réelle: c'est la pire des solutions; mais ce point n'est pas de la compétence des didacticiens de la mathématique.