3. Esquisse d'un contenu

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1976)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

2. L'ÉPOQUE CONVENABLE

Les considérations du paragraphe précédent répondent aussi à la question « quand se place le premier enseignement déductif de la théorie des probabilités? » Il est clair en effet qu'il doit se situer au niveau secondaire. Il est non moins clair qu'il est d'un degré d'abstraction tel que seuls des élèves déjà formés peuvent l'aborder. Il faut donc le placer aux environs des classes 11 et 12 de l'enseignement général (élèves de 16 à 18 ans). Il y aurait pourtant intérêt à le placer plus tôt: en effet, si ses premières notions font l'objet d'un enseignement au stade *A* dès l'école primaire (ou les toutes premières années du secondaire), il faut alors s'attendre que les enseignants des branches utilisatrices (notamment la biologie) s'en serviront librement avec les élèves de 13-14 ans et plus; il va donc se former, de ce fait, un « tas » passablement informe de notions et d'applications, tas qu'il importe d'organiser et de rationaliser sans trop attendre.

Une solution possible est de commencer, dès la classe de 15-16 ans, une systématisation de la statistique descriptive en termes tels que son transfert à la théorie des probabilités soit immédiat et cohérent: ceci nécessite l'introduction — qui, à ce niveau, ne peut être que bénéfique — de définitions et de méthodes « intrinsèques »; le seul problème que cela pose est d'ordre didactique: un tel enseignement a pour but de préparer l'avenir, et on peut donc craindre qu'il ne soit que faiblement motivé, puisque les seules applications possibles *à ce moment-là* ont déjà été rencontrées sous une forme plus élémentaire.

3. ESQUISSE D'UN CONTENU

a. Le contenu du premier enseignement déductif des probabilités est déterminé par son but: faire connaître aux élèves la structure de *théorie physique* de la théorie des probabilités, en mettant l'accent *à la fois* sur les situations envisagées (situations aléatoires) et sur les moyens formels (hypothético-déductifs) mis en œuvre pour les analyser. Il faut donc remarquer que si cet enseignement était uniquement formel, s'il sacrifiait « les situations » à leur analyse mathématique, il manquerait totalement son but. C'est là, peut-être, la raison de l'opposition que certains marquent à son égard: s'ils confondent « déductif » avec « purement formel », cette opposition se comprend; et peut-être y a-t-il en effet des exemples de cette confusion. Il convient donc de tout faire pour l'éviter; mais cela n'entraîne pas que l'on renonce à tout enseignement déductif — bien au contraire!

b. Le *cadre formel* de la théorie physique des phénomènes fortuits est, pour virtuellement tous les auteurs, un cadre ensembliste: une situation aléatoire est décrite par l'*ensemble* des résultats possibles; les parties de cet ensemble sont les *événements*; la probabilité est une fonction à valeurs réelles, définie sur un certain ensemble d'événements.

Cette façon de faire a pourtant été critiquée (voir p. ex. [4]): l'appareil ensembliste ne serait rien de plus qu'une feuille de vigne, mise en avant au premier chapitre pour se conformer à une mode, mais oubliée ensuite, dès que l'on aborde sérieusement des problèmes réels, au profit d'une vue « classique » reposant sur les notions primitives de « probabilité d'un énoncé » et de « variable aléatoire ». Cette critique est bien difficile à comprendre. Il faut, avons-nous dit, partir de la notion même de *situation aléatoire*; or, qu'est-ce qui caractérise une telle situation? C'est qu'une constellation bien déterminée, fixe, de conditions de réalisation a, non pas une, mais plusieurs conséquences possibles; il est donc clair que l'ensemble des conséquences possibles, Ω, est un élément tout indiqué de la mathématisation de la situation. (Bien entendu, si on part brutalement d'un ensemble Ω sans référence à une situation aléatoire, on retombe dans le défaut, signalé ci-dessus, d'un enseignement purement formel.) D'autre part, on peut, à propos d'une situation aléatoire donnée, envisager toute une série de circonstances dont on peut dire, pour toute réalisation de cette situation, si elles ont lieu ou non: ce sont les *événements* liés à cette situation. Il est contre-indiqué d'appuyer fortement sur le fait qu'un événement se décrit par une proposition; en effet, la théorie des probabilités comme théorie physique des phénomènes fortuits n'est qu'une des interprétations possibles de la structure formelle générale de « calcul des probabilités » (voir [11], chap. 8); d'autres interprétations possibles ont comme base un ensemble de propositions [interprétation personnaliste, où la probabilité est un degré de croyance (de Finetti, Savage); interprétation logiciste, où la probabilité (conditionnelle) est une inférence partielle (Ramsey, Keynes)]. Ces diverses interprétations sont nettement distinctes, la distinction entre elles va beaucoup plus loin qu'une « réinterprétation du langage des événements en un langage de propositions (à savoir, quant à l'occurrence d'événements) »; en fait, leur confusion a été la plaie de la théorie pendant de nombreuses décennies, elle n'est même pas entièrement éliminée à l'heure actuelle et est, par exemple, à la base de la controverse très aiguë qui oppose, en matière de physique quantique, les tenants et les adversaires de l'interprétation « de Copenhague » (voir p. ex. [11] chap. 9 et [1] parag. 2.4 et chap. 5). Il est donc essentiel d'éviter toute confusion entre ces diverses interpétations possibles; mais si, dans l'exposé de la théorie physique des phénomènes fortuits, on définit un événement par une proposition, ou si — pire encore — on prend comme domaine de la fonction « probabilité » un ensemble de propositions, on rend cette confusion presque inévitable. Tout au contraire, la définition d'un événement comme partie de l'ensemble des possibles ne prête à aucune confusion; bien entendu, il importe, ici aussi, de bien montrer (par l'analyse d'exemples déjà étudiés d'un point de vue intuitif) le lien entre la situation et son modèle mathématique; on peut être raisonnablement assuré que les élèves ont perçu ce lien s'ils comprennent l'énoncé, véritablement fondamental, que voici:

> dans toute réalisation d'un phénomène fortuit $\mathfrak{F}$ [dont l'ensemble des possibles est Ω] un événement (partie de Ω) *se produit*
> si et seulement si
> le résultat réalisé de $\mathfrak{F}$ est un élément de cette partie de Ω.

[Si, dans ces conditions, certains élèves s'imaginent que, p. ex., l'événement impossible (ϕ) est l'absence de toute réalisation, la faute n'en incombe pas à la théorie mais à l'enseignant; « c'est un bien mauvais artisan, qui rejette la faute sur son outil ».]

Les termes *réalisation, résultat réalisé* sont tout entiers du côté de la situation; un enseignement formaliste, qui n'envisagerait pas de façon franche et explicite la situation aléatoire sous-jacente à tout problème probabiliste, serait dans l'impossibilité d'utiliser ces termes, et donc dans l'impossibilité de faire clairement comprendre la notion d'événement. Notons que la notion intuitive d'événement est passablement vague, et n'acquiert un sens précis que par sa définition mathématique (état de chose qui n'est pas sans rappeler les rapports entre « vitesse » et « dérivée »: la notion intuitive de vitesse ne prend un sens précis que par la définition de la dérivée; inversement, l'interprétation d'une dérivée comme une vitesse n'est possible que par référence à une situation concrète d'un type bien déterminé; seulement, l'analyse mathématique n'est pas la « théorie physique » du mouvement local!).

Toutefois, la définition d'un événement comme « partie de Ω » peut dépasser son but: il peut arriver qu'un événement (défini comme partie de Ω) soit d'une complication telle que son occurrence (ou sa non-occurrence) ne soit pas observable, dans la situation envisagée. C'est pourquoi il faut bien mettre en évidence que

> la description mathématique d'une situation aléatoire comprend non seulement l'ensemble Ω des résultats possibles mais encore l'ensemble $\mathcal{T}$ des événements dont l'occurrence est observable (du moins en principe) dans *cette* situation.

Il n'est pas nécessaire d'insister fortement sur ce dernier point dans un premier enseignement déductif (d'autant moins que des exemples élémentaires ne sont pas aisés à trouver); il faut pourtant faire voir que l'ensemble des événements d'occurrence observable est stable pour les opérations ensemblistes $\cap$, $\cup$, et $\complement$. Faut-il aller au delà et introduire la notion de tribu? Ce serait là sans doute un excès de formalisme. Pourtant, certains exemples élémentaires que l'on traite volontiers au stade A introduisent tout naturellement des événements infinis; supposons par exemple que l'on étudie le jeu suivant:

> pile ou face jusqu'à la première apparition soit de *PPF* soit de *PFP*;

ce jeu serait représenté (voir par exemple [12]) par le diagramme suivant:

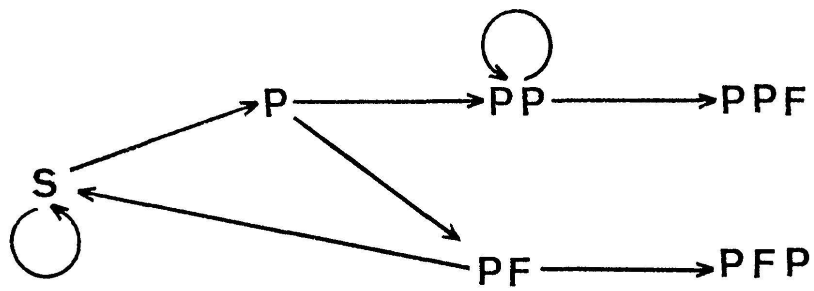

Fig. 1

L'événement (manifestement observable)

> X: « entre la *première* occurrence de l'état *PP* et la fin du jeu il y a exactement trois parties »

est un événement infini, car les boucles (S) et (S, P, PF, S) peuvent être parcourues un nombre quelconque de fois:

$$X = \{(S, P, PP, PP, PP, PPF)\,,\ (S, P, PF, S, P, PP, PP, PP, PPF)\,,\\ (S, P, PF, S, P, PF, S, P, PP, PP, PP, PPF)\,, \dots\}$$

Il ne faut donc pas éviter systématiquement ce type d'événements. Mais, dans un premier enseignement déductif, il suffit très largement de considérer de temps à autre une suite décroissante d'événements (et de faire appel au troisième axiome de Kolmogorov; voir parag. d. ci-dessous).

c. Bien entendu, c'est la notion même de probabilité qui est le nœud essentiel d'un premier enseignement déductif. A ce propos plus encore que pour les points précédents, il faut redire qu'un enseignement déductif de la théorie physique des phénomènes fortuits ne peut négliger ni la situation, ni la formalisation mathématique; présenter la probabilité simplement comme une mesure sur un ensemble de parties, c'est négliger la situation; faire de la probabilité un élément de description d'une « variable aléatoire » considérée comme notion première, c'est faire bon marché de la construction hypothético-déductive; plaquer une fonction additive sur un ensemble d'événements n'est pas analyser une situation.

Sans doute n'y a-t-il plus, à l'heure actuelle, aucun partisan de la « définition » par le rapport des nombres de cas favorables et de cas possibles. Par contre, la plupart des exposés déductifs à l'usage des débutants font abondamment usage, lorsqu'ils abordent la « définition » de la probabilité, de la notion de fréquence. C'est là, à n'en pas douter, une conséquence d'un désir louable de ne pas faire fi de la situation sous-jacente; mais c'est une façon déplorable de présenter les choses. Il semble bien, que pour la plupart des auteurs, le message — pourtant si clair — de K. Popper a été perdu: la fréquence n'a aucun rôle à jouer dans la *définition* de la probabilité; un phénomène fortuit pourrait être totalement dépourvu de structure répétitive, la notion de probabilité s'y appliquerait quand même, sans la moindre restriction, alors qu'aucune fréquence ne serait en jeu. Si l'enseignement intuitif (le stade *A*) des probabilités a été bien fait, il a mis les élèves en présence de ce fait fondamental: dans toute situation aléatoire, chaque événement est doué d'une *tendance* plus ou moins forte à se produire.

[La langue commune dispose, pour signifier cette tendance, des mots « chance » et « risque », mais ceux-ci ne sont pas neutres: « chance » est presque toujours utilisé lorsqu'il s'agit de conséquences favorables, « risque » toujours pour des conséquences défavorables; la construction de la théorie nécessite l'emploi d'un mot neutre, et c'est pour satisfaire à cette nécessité que Popper a emprunté au vocabulaire des sciences sociales le terme (excellent) de « propension »; mais « tendance à se produire » fait parfaitement l'affaire, et est moins ésotérique.]

Une fraction notable du temps consacré à un premier enseignement déductif des probabilités doit être employé à faire ressortir cette notion de « tendance à se produire » de l'analyse des exemples déjà vus par les élèves et des mots de la langue commune qui y sont utilisés.

Ce point est sans doute celui où un premier enseignement déductif (stade *B*) bien fait aurait le plus d'influence sur l'enseignement intuitif qui le prépare (stade A); les maîtres chargés de l'enseignement au stade A ont fort souvent en vue un enseignement *ultérieur* essentiellement fréquentiste, et se laissent ainsi entraîner dans cette direction; alors que l'on attend d'eux, tout au contraire, que leur introduction aux situations aléatoires fasse clairement percevoir la variabilité (d'une réalisation à l'autre) des résultats réalisés, et les diverses tendances à l'occurrence des événements considérés. Cette variabilité et cette diversité des tendances ne peuvent se constater *empiriquement* que si on dispose de plusieurs réalisations d'une même situation aléatoire: il est évident qu'une réalisation unique ne fournit qu'un seul résultat ! C'est là le vrai rôle de la répétition. D'autre part, il existe de nombreuses situations élémentaires où des considérations de symétrie suggèrent l'hypothèse [1]) que certains événements (formant une partition de Ω) ont chacun la même propension, et donc la même probabilité; il est évidemment tout indiqué de déduire les conséquences de cette hypothèse et de se demander ensuite si on a des raisons *empiriques* de la croire justifiée; la répétition intervient ici aussi: car si l'hypothèse de symétrie est réalisée, on constate empiriquement que les événements équivalents ont des fréquences à peu près égales; c'est par ce biais que s'installe peu à peu, *a posteriori*, l'idée que, dans des conditions convenables, la fréquence réalisée d'un événement est une estimation empirique de sa probabilité. Cette idée reste d'ailleurs purement intuitive, aussi longtemps que l'on n'a pas déduit des axiomes de la théorie une « loi des grands nombres » (par exemple celle de Bernoulli). Quand une telle loi a été déduite, elle permet d'avancer d'un pas de plus, et de constater que, pour *une seule* réalisation d'une situation aléatoire suffisamment répétitive, la fréquence moyenne d'une suite d'événements *de même probabilité* est aussi une estimation empirique de cette probabilité. En résumé: les notions fondamentales sont celles de variabilité anarchique des résultats réalisés, de tendance plus ou moins forte à l'occurrence, et de *mesure* (additive) de cette tendance (au sens où on dit «mesure des grandeurs»; voir d. ci-dessous); l'observation des fréquences n'a qu'un rôle (important certes mais) subordonné.

d. Une fois acquise la notion intuitive de propension (tendance à l'occurrence) et le fait qu'elle est susceptible de plus ou de moins, il s'indique d'essayer de la *mesurer*. Un premier enseignement déductif doit rappeler que la mesure quantitative précise (de grandeurs *d'abord* intuitivement perçues comme susceptibles de plus ou de moins) repose toujours sur *deux* définitions, celle de l'additivité et celle de l'unité de mesure (un excel-

---

[1]) Voir paragraphe 6 ci-dessous.

lent exemple est la mesure des débits de courants électriques, qui s'ajoutent en parallèle, ou des tensions électriques, qui s'ajoutent en série). Cela conduit tout droit aux deux premiers axiomes de Kolmogorov, sous une forme équivalente (en moins formel, peut-être) à

$$\Pr : \mathscr{T} \to \mathbf{R}^+ : A \mapsto \Pr A$$

$$K1)\ \forall \{ A, B \} \subset \mathscr{T}\ ;\ [A \cap B = \phi] \Rightarrow [\Pr(A \cup B) = \Pr A + \Pr B]$$

$$K2)\ \Pr \Omega = A$$

et aux conséquences qui en découlent immédiatement (telles que $\Pr \phi = 0$, monotonie, additivité finie, relation et inégalités de Boole, etc). Le troisième axiome:

$$K3)\ \forall \{ A_1, \ldots, A_n, \ldots \} \subset \mathscr{T}\ ;\ (A_1 \supset A_2 \supset \ldots \supset A_n \supset \ldots \& \bigcap_1^\infty A_i = \phi) \Rightarrow \lim \Pr A_n = 0$$

paraît tellement évident que la plus grosse difficulté à son sujet est de persuader les élèves qu'il doit être énoncé; il est d'ailleurs impossible de trouver un exemple contraire qui soit à la fois élémentaire et intéressant; mais il faut le mentionner car, dans la suite, on est amené à s'en servir [1]. [Si le maître, pour son usage personnel, se contente d'un exemple élémentaire mais non intéressant, qu'il prenne pour Ω l'ensemble $\mathbf{N}$, avec $\mathscr{T}$ et P définis par

$$\forall X \subset \mathbf{N}\ ;\ [X \in \mathscr{T} \Leftrightarrow (X \text{ est fini}) \vee (\complement X \text{ est fini})]$$

$$\begin{aligned} P(X) &= \sum \left(\frac{1}{(i+2)(i+3)} \Big\{ i \in X \right) && \text{si } X \text{ est fini} \\ &= 1 - P(\complement X) && \text{si } \complement X \text{ est fini.} \end{aligned}$$

Si on prend alors $A_n = \mathbf{N} \backslash \{ 0, 1, \ldots, n \}$, la suite $(n \mapsto A_n)$ ne satisfait pas au troisième axiome de Kolmogorov.] Par contre, on peut trouver des exemples, non dépourvus d'intérêt, de l'usage d'une suite infinie d'événements. Ainsi, dans le jeu « pile ou face jusqu'à la première occurrence de *PPF* ou de *PFP* » (parag. 3b. ci-dessus), on constate que l'événement

X = « le jeu se prolonge indéfiniment »

n'est pas vide [il contient notamment l'élément

$$S, P, PF, S, P, PF, S, P, PF, S, P, PF, \ldots \text{ (ad inf)}]\ ;$$

bien entendu, les élèves sont absolument persuadés que cet événement ne peut pas se produire; on renforce donc leur confiance dans la mathéma-

---

1) Voir paragraphe 5 e. ci-dessous.

tisation adoptée en démontrant que Pr $X = 0$ (on suppose que Pr a été défini comme dans les exemples du stade A: on adjoint le nombre ½ à chaque flèche, et on multiplie les nombres relatifs à toutes les flèches parcourues). [Cette démonstration n'est possible qu'à l'aide des probabilités conditionnelles, mais rien n'interdit de les utiliser avant d'en avoir fait un exposé déductif.] Si A_n est l'événement « le jeu dure au moins n parties », il est clair (puisque chaque état peut conduire à un état final en trois coups au plus) que

$$\Pr(\complement A_{n+3} \mid A_n) \geqslant \frac{1}{8}, \quad \Pr(A_{n+3} \mid A_n) \leqslant \frac{7}{8}; \tag{1}$$

d'autre part, et bien évidemment,

$$\Pr(A_{n+3} \mid \complement A_n) = 0 \quad [\text{car } A_{n+3} \subset A_n] \tag{2}$$

donc

$$\Pr(A_{n+3}) \leqslant \left(\frac{7}{8}\right) . \Pr(A_n) .$$

Or

$$\Pr(A_1) = 1$$

et donc

$$\Pr(A_4) \leqslant 7/8 , \quad \Pr(A_7) \leqslant (7/8)^2 , \ldots, \quad \Pr(A_{3k+1}) \leqslant (7/8)^k ; \tag{3}$$

alors

$$\begin{aligned} &\forall k \in \mathrm{N}_0 ; \quad X \subset A_{3k+1} \Rightarrow \\ &\quad \Rightarrow \forall k \in \mathrm{N}_0 ; \quad \Pr X \leqslant (7/8)^k \Rightarrow \Pr X = 0 , \qquad \text{c.q.f.d.} \end{aligned} \tag{4}$$

e. A côté de la notion (fondamentale) de probabilité, celle de conditionnement (et, en conséquence, celle de probabilité conditionnelle) est d'une importance extrême. Mais on a ici un exemple particulièrement frappant de la nécessité de prendre en considération à la fois la situation et le formalisme mathématique. La définition purement formelle

$$\Pr(A \mid B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr B}$$

ne sert *strictement* à rien; ce qu'il faut faire, c'est reprendre dans les exemples vus par les élèves toutes les situations où on a été amené (le plus souvent de façon tout implicite) à *contracter* le phénomène fortuit $\mathfrak{F}$ à l'un de ses événements, disons A, obtenant ainsi le phénomène contracté $\mathfrak{A}$; à rappeler ensuite qu'une probabilité n'est autre que la mesure d'une propension, avec la propension de l'événement certain comme unité de mesure; distinguant alors (pour un temps seulement) les fonctions-propabilité pour $\mathfrak{F}$, $\Pr_{\mathfrak{F}}$, et pour $\mathfrak{A}$, $\Pr_{\mathfrak{A}}$, rappelant en outre la notion de rapport de deux grandeurs et ce qui se passe quand on change d'unité de mesure, on a

$$\forall X \subset A; \ \Pr_{\mathfrak{A}} X = \frac{\text{propension de X}}{\text{propension de A}} \tag{6a}$$

$$= \frac{\text{propension de X}}{\text{propension de } \Omega} \ \frac{1}{\dfrac{\text{propension de A}}{\text{propension de } \Omega}} \tag{6b}$$

$$= \frac{\Pr_{\mathfrak{F}} X}{\Pr_{\mathfrak{F}} A} . \tag{6c}$$

Cette formulation est la seule véritablement utilisée, mais elle est dissimulée par la notation usuelle,

$$\Pr(Y \mid A) \quad \text{pour} \quad \Pr_{\mathfrak{A}}(Y \cap A),$$

qu'il faut évidemment se résigner à adopter. [$\Pr(. \mid A)$ étant la fonction-probabilité de $\mathfrak{A}$, il est immédiatement évident que c'est une probabilité !]

La *catégorisation* d'un phénomène fortuit doit être bien distinguée de sa contraction: il s'agit, cette fois, de réduire non pas Ω, mais $\mathscr{T}$. Dans un premier enseignement déductif, cette réduction de $\mathscr{T}$ est définie par une partition finie ou dénombrablement infinie: on ne considère plus comme observables les événements de $\mathscr{T}$, mais seulement ceux de

$$\mathscr{A} = \{ A_1, \ldots, A_n \} \quad [\text{ou: } \ldots, A_n, \ldots \}]$$

et leurs unions (il y a donc bien réduction de $\mathscr{T}$). C'est une étape indispensable dans la définition de l'indépendance. Mais, ici encore, la considération *simultanée* de la situation et du formalisme est indispensable. En effet, le point de départ est celui-ci: si les partitions $\mathscr{A}$ et $\mathscr{B}$ décrivent *deux* catégorisations du phénomène fortuit $\mathfrak{F}$, ces phénomènes réduits (notons-les $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$) s'influencent-ils l'un l'autre, ou non? (C'est là une question qui n'aurait même aucun sens si on ne se référait pas explicitement à la situation elle-même.) La réponse s'exprime en termes de probabilités conditionnelles:

A n'influence pas *B* si et seulement si

$$\forall A_i \in \mathscr{A}, \ \forall B_k \in \mathscr{B}; \ \Pr(B_k \mid A_i) = \Pr(B_k)$$

(et ce en vertu de la signification, *pour la situation*, des probabilités conditionnelles en question). On tire alors aisément de là l'exposé élémentaire usuel.

[Notons qu'il n'est pas question, au départ, d'*événements* indépendants, mais de *phénomènes* (réduits) indépendants; les « événements » indépendants correspondent en fait aux partitions du type $\{ A, \complement A \}$; en termes de situation: le phénomène $\mathfrak{A}$ est $\mathfrak{F}$ réduit au point qu'on n'observe plus rien que l'occurrence ou la non-occurrence de A; il en est de même pour $\mathfrak{B}$, et on exprime que $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ sont sans interaction mutuelle].

Il est clair que, ainsi référées à la situation sous-jacente, les notions de probabilité conditionnelle et d'indépendance sont autrement riches de sens que les simples définitions formelles

$$\Pr(A \mid B) = \frac{\Pr(A \cap B)}{\Pr B}, \qquad \Pr(A \cap B) = \Pr A \,.\, \Pr B\,.$$

C'est cette richesse qui permet leur utilisation; s'en tenir à un exposé formel, et s'attendre néanmoins que les élèves seront à même de l'appliquer, c'est se fier à une pure et simple régression du stade B au stade A: il vaudrait certes mieux, dans ce cas, supprimer le stade B.

4. Étude d'un exemple

a. Revenons à l'exemple du paragraphe 3.b; le phénomène fortuit $\mathfrak{F}$ considéré est donc le suivant:

une suite de parties de « pile ou face » poursuivie jusqu'à la première apparition soit de PPF soit de PFP.

Voilà une situation aléatoire qu'il s'agit de mathématiser en faisant apparaître, successivement, l'ensemble des possibles, Ω, l'ensemble des événements à considérer, $\mathscr{T}$, et la fonction-probabilité.

b. L'ensemble des possibles peut être « décrit » en extension, sous la forme

$$\begin{aligned} \Omega = \{ & PPF, FPPF, PPPF, FFPPF, FPPPF, PPPPF, PFFPPF, \ldots \\ & PFP, FPFP, FFPFP, FFFPFP, PFFPFP, \ldots \} \end{aligned}$$

mais cette manière est bien peu « déductive »!; il peut aussi être décrit en compréhension:

ensemble des « *mots* » formés des seules lettres P et F et terminés à la première apparition soit de la séquence PPF soit de la séquence PFP

et des *suites* formées des seules lettres P et F et qui ne contiennent aucune séquence PPF ou PFP.