

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **22 (1976)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\{(1 + |x|)^{-\alpha}\}_r(\lambda) \leq c(1 + \lambda)^{-\alpha/n}, \lambda > 0.$$

Combining estimates, we obtain

$$\int_{R^n} \phi^p w_1 dx \leq c \int_0^\infty \lambda^{-p} (1 + \lambda)^{-\alpha/n} d\lambda < +\infty$$

if $1 - \frac{\alpha}{n} < p < 1$, as desired. This completes the proof of (ii).

To prove Theorem 3, let $f \in L_w^1$ and $w \in A_1$. Then (11) holds for F , p and w_1 as in the proof of Theorem 1 (ii). (The proof of (11) does not require $R_j f \in L_w^1$.) Hence, by Lemma 2 (see (8)),

$$N(F)(x) \leq c(|F(x, 0)|^{\frac{n-1}{n}})^{*}_{n-1}.$$

Since $F(x, 0) = (f(x), (R_1 f)(x), \dots, (R_n f)(x))$, the conclusion of Theorem 3 follows immediately with $\mu = (n-1)/n$.

To prove the fact stated at the end of the introduction, let

$$f, R_1 f, \dots, R_n f \in L^1.$$

Clearly,

$$P(R_j f)^\wedge(x, t) = \hat{P}(x, t)(R_j f)^\wedge(x) = e^{-2\pi t|x|}(R_j f)^\wedge(x),$$

$$(Q_j f)^\wedge(x, t) = \hat{Q}_j(x, t)f^\wedge(x) = i \frac{x_j}{|x|} e^{-2\pi t|x|} f^\wedge(x) \text{ a.e.},$$

where the Fourier transform is taken in the x variable with t fixed. (Note that for fixed t , $P(x, t)$ belongs to L^1 and $Q_j(x, t)$ belongs to L^2 .) However, these expressions are all equal everywhere since $P(R_j f) = Q_j f$ by Theorem 1 and $P(R_j f) \in L^1$. Therefore, $(R_j f)^\wedge(x) = ix_j |x|^{-1} f^\wedge(x)$, as claimed.

REFERENCES

- [1] CALDERÓN, A.P. On the behavior of harmonic functions at the boundary. *Trans. Amer. Math. Soc.* 68 (1950), pp. 47-54.
- [2] COIFMAN, R.R. and C.L. FEFFERMAN. Weighted norm inequalities for maximal functions and singular integrals. *Studia Math.* 51 (1974), pp. 241-250.
- [3] FEFFERMAN, C.L. and E.M. STEIN. Some maximal inequalities. *Amer. J. Math.* 93 (1971), pp. 107-115.
- [4] GUNDY R.F. and R.L. WHEEDEN. Weighted integral inequalities for the nontangential maximal function, Lusin area integral, and Walsh-Paley series. *Studia Math.* 49 (1973), pp. 101-118.
- [5] HUNT, R.A. On $L(p, q)$ spaces. *L'Ens. Math.* 12 (1966), pp. 249-275.

- [6] — B. Muckenhoupt and R.L. WHEEDEN. Weighted norm inequalities for the conjugate function and Hilbert transform. *Trans. Amer. Math. Soc.* 176 (1973), pp. 227-251.
- [7] MUCKENHOUP, B. Weighted norm inequalities for the Hardy maximal function. *Trans. Amer. Math. Soc.* 165, (1972), pp. 207-226.
- [8] NUALTARANEE, S. On least harmonic majorants in half-spaces. *Proc. London Math. Soc.* 27 (1973), pp. 243-260.
- [9] STEIN, E.M. and G. WEISS, On the theory of harmonic functions of several variables, I. The theory of H^p spaces. *Acta Math.* 103 (1960), pp. 25-62.
- [10] WHEEDEN, R. On the dual of weighted $H^1(|z| < 1)$. *To appear in Studia Math.*
- [11] ZYGMUND, A. *Trigonometric Series*. Vol. 1, 2nd edition. Cambridge Univ. Press, New York, 1959.

(Reçu le 28 août 1975)

Richard L. Wheeden

Rutgers University
New Brunswick, N.J. 08903
USA