

1. Introduction

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **24 (1978)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

A SINGULAR INTEGRAL EQUATION CONNECTED WITH QUASICONFORMAL MAPPINGS IN SPACE

by Lars V. AHLFORS ¹⁾

Dedicated to Albert Pfluger for his seventieth birthday

1. INTRODUCTION

This paper continues the author's investigation of two differential operators, S and S^* , which arise naturally in the study of infinitesimal quasiconformal mappings in n dimensions (see References). If Ω is open in \mathbf{R}^n the operator S acts on functions $f : \Omega \rightarrow \mathbf{R}^n$ and has values $Sf \in SM_n$, where SM_n is the space of symmetric $n \times n$ matrices with zero trace. Definitions are in Sec. 2.

A key question is the solvability of the inhomogeneous equation $Sf = v$. For $n = 2$, Sf can be identified with the complex derivative $f_{\bar{z}}$ of a complex-valued function, and the problem is that of recovering f from $f_{\bar{z}}$. As well known, this problem has always a solution, and it is given by the generalized Cauchy formula, also known as Pompeiu's formula. For $n > 2$ the right hand member v , an SM_n -valued function, must satisfy certain conditions, which are known in principle, as limiting cases of the Weyl-Schouten conditions of vanishing conformal curvature.

These conditions, although explicit, are quite intractable. It is therefore rather surprising that a necessary and sufficient condition for $Sf = v$ to be solvable can be expressed as a singular homogeneous integral equation satisfied by v . This integral equation can be treated by the methods of Calderon and Zygmund.

2. DEFINITIONS AND NOTATIONS

A quasiconformal homeomorphism $F : \Omega \rightarrow F(\Omega)$ is known to be differentiable almost everywhere. We denote its Jacobian matrix by DF . The normalized Jacobian is $XF = (\det DF)^{-1/n} DF$, and $MF = {}^tXF \cdot XF$

¹⁾ Supported by NSF Grant GP-38886.