Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 25 (1979)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SOMMES DE BICARRÉS DANS $Z[\sqrt{-1}]$ ET $Z[\sqrt[3]{1}]$

Bibliographie

Autor: Revoy, Ph.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-50381

Lemme. *Tout multiple de* 18 *ou de* $12(1+2\rho)$ *dans* $\mathbf{Z}[\rho]$ *est* B_9.

Cela va nous permettre de démontrer le:

Théoreme 2. *Tout élément de* $\mathbf{Z}[\rho]$ *est somme d'au plus 12 bicarrés.*

Il s'agit d'après le lemme ci-dessus de montrer que si $z \in \mathbf{Z}[\rho]$, l'équation diophantienne $z = X^4 + Y^4 + Z^4 + 18\,T$ a une solution (X, Y, Z, T) dans $\mathbf{Z}[\rho]$; pour cela, il suffit de montrer que tout élément de $\mathbf{Z}[\rho]/(18)$ est somme d'au plus 3 bicarrés. L'anneau $\mathbf{Z}[\rho]/(18)$ est produit direct de F_4 et de $A = \mathbf{Z}[x]/(9, x^2+3)$ car $(9) = (1+2\rho)^4$: dans $\mathbf{F}_4$, tout élément est une puissance 4ème et dans A, les bicarrés sont les éléments congrus à 1 modulo x (d'après le lemme de Hensel) de sorte que 3 suffisent pour exprimer tout élément de A.

BIBLIOGRAPHIE

[1] Hardy, G. and E. Wright. *An introduction to the Theory of Numbers.* Clarendon Press, Oxford (1945), § 27-28.

[2] Mordell, L. *Diophantine Equations.* Academic Press, London and New York (1969), § 21.

[3] Niven, I. Sums of fourth powers of Gaussian integers. *Bull. Amer. Math. Soc. 47* (1941), pp. 923-926.

(Reçu le 21 décembre 1978)

Philippe Revoy

Institut de Mathématiques
Place Eugène-Bataillon
F-34060 Montpellier