

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1980)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

In the first sum we use the bound  $|G_T(x/i)| \leq 3T/2$ , which is easily deduced from (4); for the second sum we calculate  $G_T(y)$  directly for  $T-1 \leq y < TK$ , and let  $U = U(T, K)$  and  $L = L(T, K)$  denote the upper and lower bounds for  $G_T$  on this interval.

Combining the estimates we obtain

$$(5) \quad \psi(x) - \psi\left(\frac{x}{T-1}\right) - \frac{3}{2} T \psi\left(\frac{x}{TK}\right) + L \left\{ \psi\left(\frac{x}{T-1}\right) - \psi\left(\frac{x}{TK}\right) \right\} \\ \leq x m_1(T) + O(T \log ex),$$

$$(6) \quad \psi(x) - \psi\left(\frac{x}{T-1}\right) + \frac{3}{2} T \psi\left(\frac{x}{TK}\right) + U \left\{ \psi\left(\frac{x}{T-1}\right) - \psi\left(\frac{x}{TK}\right) \right\} \\ \geq x m_1(T) + O(T \log ex).$$

We give an upper estimate of  $\psi(x)/x$  using (5) with  $T = 100$ ,  $TK = 8911$ ,  $L \geq -4.9054$ ,  $m_1(100) \leq 1.00104$ , and Chebyshev's bound  $\limsup \psi(x)/x < 1.1056$ . We find that  $\limsup \psi(x)/x < 1.085$ . We estimate  $\psi(x)/x$  from below by using (6) with  $T = 101$ ,  $TK = 17749$ ,  $U \leq 7.2930$ ,  $m_1(101) \geq 1.00134$  and the preceding upper estimate of  $\psi(x)/x$ . We find that  $\liminf \psi(x)/x > .924$ .

Might Chebyshev have improved his bounds for  $\psi(x)/x$  if he had used this method? We must report that that is quite unlikely, because considerable calculation was needed to obtain the modest improvement we have achieved.

NOTE ADDED IN PROOF. Diamond and Kevin Mc Curley have found another sharp elementary estimation method. Their article "Constructive elementary estimates for  $M(x)$ " will appear in *Number Theory — Proceedings of a conference held at Temple University, May 1980*, Lectures Notes in Math., Springer-Verlag, Berlin.

#### REFERENCES

- [1] CHEBYSHEV, P. L. Mémoire sur les nombres premiers. *J. Math. Pure Appl.* 17 (1852), 366-390. Also appears in *Mémoires présentés à l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg par divers Savants et lus dans ses Assemblées* 7 (1854), 15-33. Also appears in *Œuvres* v. 1 (1899), 49-70.

- [2] INGHAM, A. E. *The distribution of prime numbers*. Cambridge Tracts, No. 30, Cambridge, 1932. Reprinted by Hafner, New York, 1971.
- [3] LANDAU, E. *Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen*. Teubner, Leipzig, 1927. Reprinted with an appendix by P. T. Bateman, Chelsea, New York, 1953.
- [4] MATHEWS, G. B. *Theory of Numbers*. Part 1, Deighton, Bell, Cambridge, 1892.

(Reçu le 20 janvier 1980)

Harold G. Diamond

Department of Mathematics  
University of Illinois  
Urbana, Illinois 61801

Paul Erdős

Hungarian Academy of Science  
Reáltanoda U. 13-15  
Budapest

**Vide-leer-empty**