

# 6. Conclusion

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **26 (1980)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **08.08.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

For (i), define  $B = A^{\Psi\Psi'\Psi}$   
 $= A^{\Phi\Phi'\Phi}$  by Theorem 5  
 $\supseteq \bar{A}\bar{A}A \cup \bar{A}A \cup A$  by Lemma 1 (iii)

Therefore  $A^Q \subseteq B^{\pi_1}$  from Lemma 2

For (ii) and (iii), let  $B = A^S$   
 $A^{R\Psi'\Psi} = (I \cup A)^{\Phi'\Phi}$  by Theorem 5  
 $\supseteq (I \cup \bar{A})(I \cup A)$  by Lemma 1 (ii)  
 $\supseteq A \cup \bar{A}$   
 $= B$

Also in this case,  $A^Q \subseteq B^{\pi_1}$

In view of Theorem 5 and Lemma 1 (i) we have only to show now that  $B^{\pi_1} \subseteq B^{\Phi\Phi'}$  to complete the proof. Using Lemma 3 repeatedly:

$$\pi_1 \subseteq \phi_1\pi_2 \subseteq \phi_1\phi_2\pi_3 \subseteq \dots \subseteq \Phi\pi_{n+1}$$

But

$$X^{\pi_{n+1}} = \bar{X}X \cup X \subseteq X^{\Phi\Phi'}$$

therefore

$$\pi_1 \subseteq \Phi\Phi\Phi' = \Phi\Phi' \quad \square$$

## 6. CONCLUSION

The close examination of a simple, practical matrix algorithm has led us to novel theoretical questions and to potentially useful generalizations of the algorithm. The principal contribution of this work to the programmer is the introduction of several very fast closure algorithms and the establishment of their correctness. The problems we have encountered in the theory of relations and closure operations have whetted our curiosity and suggest that further investigation may be rewarding.

*Acknowledgment.* We wish to thank Richard Ladner for discussions concerning this paper and its relation to security problems in protection systems.