Notations

LIMITES DE SUITES BORNÉES DE POLYNÔMES

par Michel SAVOYANT

NOTATIONS

- $\mathbf{C}$ désigne le plan complexe; si $F \subset \mathbf{C}$, ∂F est la frontière de F, $\bar{F}$ l'adhérence de F.
- $\Delta(z_0, r)$ est le disque ouvert de centre z_0 et de rayon $r > 0$. On notera $\Delta = \Delta(0, 1)$.
- Si f est une fonction complexe bornée définie sur F on note $\|f\|_F = \sup_{z \in F} |f(z)|$.

Soit G un ouvert borné de $\mathbf{C}$.

- $H^\infty(G)$ est l'algèbre de Banach des fonctions analytiques bornées sur G avec la norme $\|f\|_G$.
- $A(G)$ est l'algèbre uniforme des fonctions continues sur $\bar{G}$ et analytique dans G.

1. INTRODUCTION

Soit G un ouvert borné de $\mathbf{C}$ et B un sous-ensemble de $H^\infty(G)$: on note $B(G)$ l'ensemble des fonctions de $H^\infty(G)$ qui sont limites ponctuelles sur G d'une suite bornée d'éléments de B; nous nous intéressons au problème suivant: quand $B(G)$ est-il fermé dans $H^\infty(G)$? Lorsque $B = A(G)$ ou (avec une hypothèse supplémentaire sur ∂G) lorsque B est l'ensemble des fractions rationnelles avec pôles hors de $\bar{G}$, A. M. Davie ([3]) a montré que $B(G)$ est fermé dans $H^\infty(G)$; nous étudions ici le cas où $B = P$, l'algèbre des polynômes. Rubel et Shields ([7] th 4.1) ont montré qu'en général $P(G)$ n'est pas fermé dans $H^\infty(G)$; dans ce travail nous donnons une condition géométrique nécessaire et suffisante pour que $P(G)$ le soit lorsque G est connexe. Avant d'énoncer le résultat principal nous donnons deux définitions.