Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 27 (1981)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LA FONCTION: NOMBRE DE FACTEURS PREMIERS DE N

Kurzfassung

Autor: Erdös, Paul / Nicolas, Jean-Louis

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-51737

SUR LA FONCTION: NOMBRE DE FACTEURS PREMIERS DE N

par Paul ERDÖS et Jean-Louis NICOLAS

ABSTRACT. Let $\omega(n)$ be the number of prime factors of n; n is said ω-largely composite if $m \leqslant n \Rightarrow \omega(m) \leqslant \omega(n)$.

The quantity $Q_l(X)$ of such numbers $\leqslant X$ verifies $e^{c_1\sqrt{\log X}} \leqslant Q_l(X) \leqslant e^{c_2\sqrt{\log X}}$. Then we prove

$$\text{card}\left\{n \leqslant x \mid \omega(n) > \frac{c \log x}{\log\log x}\right\} = x^{1-c+o(1)}$$

and if $\Omega(n)$ is the total number of prime factors of n counted according to multiplicity, $\Omega(n) + \Omega(n+1) \leqslant \frac{\log n}{\log 2}(1+o(1))$.

An integer n is defined ω-interesting if

$$m > n \Rightarrow \frac{\omega(m)}{m} < \frac{\omega(n)}{n}.$$

A short study of these numbers is given. We prove that there exists infinitely many strangulation points (n_k) for the function $n - \omega(n)$

i.e. such that: $\quad m < n_k \Rightarrow m - \omega(m) < n_k - \omega(n_k)$

and $\quad m > n_k \Rightarrow m - \omega(m) > n_k - \omega(n_k)$

Finally, we deduce from some formula of A. Selberg the exact order of card $\{n \leqslant x \mid \omega(n) > \alpha \log\log x\}$ for $\alpha > 1$.

INTRODUCTION

Soit $n = p_1^{\alpha_1} \ldots p_k^{\alpha_k}$ la décomposition en facteurs premiers de n. On définit $\omega(n) = k$ et $\Omega(n) = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_k$. Les fonctions ω et Ω sont additives: une fonction f est additive si $(m, n) = 1$ entraine $f(mn) = f(m) + f(n)$. Hardy et Ramanujan (cf. [Har]) ont démontré en 1917 que la