

Conclusions

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **27 (1981)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Proof. By standard diagonalization arguments, there is a language L in $DTIME(c_2^n)$ which is not in $DTIME(c_1^n)$ for $c_1 < c_2$ [19].

L is then in $ASPACE(n)$. Assume Corollary 1 is not true. Then by first transforming L according to the lower bound theorem to the monadic $\forall\exists\exists$ class, and then accepting this language fast, L could be accepted in deterministic time c_1^n . \square

COROLLARY 2. *For every nondeterministic Turing machine M which accepts the satisfiable formulas of the monadic $\forall\exists$ class, there exists a constant c , such that M uses space $cn/\log n$ for infinitely many inputs.*

Proof. We use the hierarchy result for $NSPACE$ [35] and the fact that an alternating Turing machine with only one successor configuration for each universal configuration, is a nondeterministic Turing machine. \square

CONCLUSIONS

Alternating Turing machines are a powerful tool in the few areas where applications have been found so far. They can make connections visible, which are not seen otherwise. It seems impossible to find the lower bound for the Ackermann case of the decision problem, without knowing alternating Turing machines. Even knowing the result, a direct description of the computation of a deterministic exponential time bounded Turing machine M by a $\exists^* \forall\exists^*$ formula, without obviously copying the simulation of M by an alternating Turing machine, seems impossible.

We are used to think that nondeterministic machines correspond to existential quantifiers (e.g. satisfiability in propositional calculus), and that alternating machines correspond to a sequence of alternating quantifiers (e.g. quantified boolean formulas, i.e. the theory of $\{0, 1\}$ with equality). This paper shows that this needs not always to be the case.

Examples

1. Not only the satisfiability problem of the \exists^* class, but also of the \forall^* class is NP -complete (not co- NP -complete).
2. Adding an existential quantifier to the \forall prefix class, means moving from a time to a space complexity class.

3. Adding another existential quantifier to the $\forall\exists$ prefix class means moving from a nondeterministic (space) to a deterministic (time) complexity class.

One possible continuation of this work, is to investigate the complexity of the decision problem for formulas with simple quantifier patterns in decidable theories. For most of the decidable theories, huge lower bounds are known, because a class of formulas with so many quantifier alternations, that they hardly appear in practice, is shown to be difficult to decide.

ACKNOWLEDGMENT

The deterministic lower time bound $c^{n \setminus \log n}$ for the $\exists^*\forall\exists^*$ case has been obtained independently by Harry R. Lewis (Complexity Results for Classes of Quantificational Formulas. *J. of Computer and System Sciences* 21, No. 3, Dec. 1980, pp. 317-353). His method is quite different and uses alternating pushdown automata.

REFERENCES

- [1] ACKERMANN, Wilhelm. Über die Erfüllbarkeit gewisser Zählansdrücke. *Mathematische Annalen* 100 (1928), pp. 638-649.
- [2] ———. *Solvable Cases of the Decision Problem*. North Holland, Amsterdam, 1954.
- [3] AHO, A. V., J. E. HOPCROFT and J. D. ULLMAN. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Addison-Wesley, 1974.
- [4] ASSER, G. Das Repräsentantenproblem im Prädikatenkalkül der ersten Stufe mit Identität. *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* 1 (1955), pp. 252-263.
- [5] BENNETT, J. On spectra. Doctoral Dissertation, Princeton University, N.J., 1962.
- [6] BERMAN, L. Precise bounds for Presburger arithmetic and the reals with addition. *Proceedings 18th Symposium on Foundations of Computer Science*, 1977, pp. 95-99.
- [7] BERNAYS, Paul und Moses SCHÖNFINKEL. Zum Entscheidungsproblem der mathematischen Logik. *Mathematische Annalen* 99 (1928), pp. 342-372.
- [8] BÜCHI, J. R. Turing machines and the Entscheidungsproblem. *Mathematische Annalen* 148 (1962), pp. 201-213.
- [9] CHANDRA, A. K., D. C. KOZEN and L. J. STOCKMEYER. Alternation. *Journal of the ACM* 28 (1981), pp. 114-133.
- [10] CHANDRA, A. K. and L. J. STOCKMEYER. Alternation. *Proc. 17th Symposium on Foundations of Computer Science*, 1976, pp. 98-108.
- [11] CHRISTEN, C. Spektren und Klassen elementarer Funktionen. Doctoral Dissertation, ETH Zürich, 1974.
- [12] CHURCH, Alonzo. A note on the Entscheidungsproblem. *Journal of Symbol. Logic* 1 (1936), pp. 40-41; Correction. *ibid.*, pp. 101-102.