Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Band: 28 (1982)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN
Kapitel: 2) KONSTRUKTION VON M
Autor: Ziegler, Martin
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-52241

Für $q_1 \neq q_2$ ist $T^A_{p,q_1} + T^A_{p,q_2}$ die Theorie der algebraisch abgeschlossenen Körper der Charakteristik p. Für $q \neq 2$ ist $T^R_2 + T^R_q$ die Theorie der reell abgeschlossenen Körper. Sind für verschiedene q_i, $n \geqslant 1$, die Theorien $T^H_{p,q_0} + \ldots + T^H_{p,q_n}$ und $(q_i \neq 2)$ $T^R_{q_0} + \ldots + T^R_{q_n}$ entscheidbar?

K ist erblich quadratisch abgeschlossen, wenn jede algebraische Erweiterung von K quadratisch abgeschlossen ist. Die Theorie der erblich quadratisch abgeschlossenen Körper der Charakteristik p ist als Untertheorie von $T^A_{p,q}$, $q \neq 2$, erblich unentscheidbar. Ist die Theorie der erblich euklidischen Körper entscheidbar?

2) Konstruktion von M

Wir halten ab jetzt q, A und L wie in der Voraussetzung des Satzes fest. F sei der relative algebraische Abschluß des Primkörpers von L.

Lemma. Es gibt eine Teilmenge M von F, so daß sich A in (F, M) interpretieren läßt und

(3) $o \in M$; der Index der von M erzeugten additiven Untergruppe von F ist unendlich.

Beweis: Zunächst bemerken wir daß F unendliche Erweiterung des Primkörpers ist.

Im Fall $(\mathbf{Z}, +, \cdot) = A$, o = Charakteristik von L, setzen wir $M = \mathbf{Z}$. Sonst können wir annehmen, daß $A = (A, R)$, R symmetrisch und irreflexiv. Denn jede Struktur läßt sich in einem Graphen interpretieren. A sei durch $a_0, a_1, \ldots$ ohne Wiederholung aufgezählt. Wir fassen F als Vektorraum über seinem Primkörper auf. $B = \{b_0, b_1, \ldots\}$ sei Basis eines unendlichdimensionalen Untervektorraums von unendlicher Kodimension. Wir übertragen R auf B: $S(b_i, b_j)$ gdw. $R(a_i, a_j)$, also $(A, R) \cong (B, S)$. c_1, c_2 seien linear unabhängig über B.

Wir setzen jetzt

$$M = \{o\} \cup B \cup \{c_1 + b_i \mid i \in \mathbf{N}\} \cup \{c_2 + b_i \mid i \in \mathbf{N}\} \cup \{b_i + b_j \mid S(b_i, b_j)\}$$

Dann können wir B und S (mit Parametern c_1, c_2) definieren:

$$B = \{b \in M \mid c_1 + b \in M,\ c_2 + b \in M\}$$
$$S = \{(b, c) \mid b \in B,\ c \in B,\ b + c \in M,\ b \neq c\}$$