

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 28 (1982)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** EINIGE UNENTSCHEIDBARE KÖRPERTHEORIEN  
**Autor:** Ziegler, Martin  
**Kapitel:** 5) Beweis des Satzes  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-52241>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 23.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## 5) BEWEIS DES SATZES

Wir haben noch zu zeigen, daß  $A$  in  $K$  interpretierbar ist. Wegen (7), genügt es zu zeigen, daß  $F$  in  $K$  definierbar ist. Wir unterscheiden drei Fälle:

$$L = L_p, \mathbf{C} \text{ oder } q \neq 2 \text{ und } L = \mathbf{R}.$$

Dann ist  $K \subset L^p$  und wir haben nach (6)

$$F = \{a \in K \mid \forall b \in K (1 + b \in K^q \ \& \ a_q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q\}$$

$$L = \mathbf{R}, q = 2.$$

Dann ist  $F^* \cdot K^q = K^q \cup -K^q$ . Und wir haben mit (6')

$$F = \{a \in K \mid \forall b \in K (1 + b \in K^q \ \& \ a^q + b^{-1} \in K^q) \Rightarrow b \in K^q \cup -K^q\}$$

$$L = \mathbf{Q}_p.$$

Wir erhalten aus (6) eine Definition von  $F$ , wenn wir  $K \cap L^q$  in  $K$  definieren können. Weil aber  $\mathbf{Q}$  dicht in  $\mathbf{Q}_p$  ist, ist nach Hensels Lemma

$$c \in L^q \text{ gdw. es gibt } d \in K \text{ (oder: } \mathbf{Q} \text{) mit } w(c - d^q) \geq w(c) + 3.$$

Es genügt also die  $p$ -adische Bewertung  $w$  in  $K$  elementar zu beschreiben: Wenn  $r$  relativ prim zu  $p$  ist, ist für alle  $c \in L$

$$w(c) \geq 0 \text{ gdw. } 1 + pc^r \in L^r.$$

Wenn  $r$  eine von  $q$  und  $p$  verschiedene Primzahl ist, gewinnen wir daraus mit (2) für alle  $c \in K$

$$w(c) \geq 0 \text{ gdw. } 1 + pc^r \in K^r.$$

## LITERATUR

- [AK] AX, KOCHEN. Diophantine problems over local fields, I, II, III. *Amer. J. of Math.* 87, 88 (1965, 1966).
- [C] CHERLIN, G. *Mathematical reviews* 50 (1975), 9567. (Resprechung von H1).
- [CK] CHANG-KEISLER. *Model Theory*. Alsterdam (1973).
- [E] ERISOV, Ju. L. Fields with a solvable theory. *Doklady Akademii Nauk SSSR* 174 (1967), 19-20, (englische Übersetzung: *Soviet math.* 8 (1967), 575-576).
- [F] FICHT, H. *Zur Theorie der pythagoräischen Körper*. Diplomarbeit, Konstanz (1979).