Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 28 (1982)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: MEILLEURE APPROXIMATION LINÉAIRE ET ESPACES EUCLIDIENS

Kapitel: Introduction

Autor: Robert, A.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-52242

MEILLEURE APPROXIMATION LINÉAIRE ET ESPACES EUCLIDIENS

par A. ROBERT

INTRODUCTION

Il est étonnant de constater que certains théorèmes affines dans l'espace $\mathbf{R}^3$ sont de démonstration délicate...

Ainsi en est-il d'une caractérisation de l'ellipsoïde parmi les corps convexes symétriques comme étant le seul pour lequel les limites ombre-lumière (sur sa surface) sont des courbes planes dans toutes les directions d'éclairage parallèle (sec. 1, th. B). On trouvera plusieurs variantes de ce résultat dans la section 1.

Il est même gênant de devoir remarquer que ce résultat connu n'est exposé de façon complète nulle part (à notre connaissance). On pourra consulter la fin de la section 1 pour de plus amples commentaires concernant la bibliographie relative à ce sujet.

Je tiens à exprimer tous mes remerciements à R. Bader qui m'a stimulé par son intérêt à cette question et qui m'a de plus fourni la plupart des références citées.

1. THÉORÈME PRINCIPAL, DIVERSES FORMULATIONS

Tous les espaces normés considérés dans cet article seront réels. Soit E un tel espace. On dit que E est *euclidien* lorsque sa norme dérive d'un produit scalaire, c'est-à-dire lorsqu'il existe une application bilinéaire symétrique

$$E \times E \to \mathbf{R}, (x, y) \mapsto (x \mid y)$$

telle que

$$\| x \|^2 = (x \mid x) .$$

D'après un résultat bien connu dû à Jordan et von Neumann, un espace normé est euclidien dès que tous ses sous-espaces de dimension 2 le sont. L'identité du parallélogramme

$$\| x + y \|^2 + \| x - y \|^2 = 2 \| x \|^2 + 2 \| y \|^2$$

caractérise en effet les normes dérivant d'un produit scalaire.