

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **30 (1984)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## DISTRIBUTION DES VALEURS DE LA FONCTION D'EULER

par Jean-Louis NICOLAS

ABSTRACT. Let  $F(x)$  be the number of integers  $m$  such that  $\phi(m) \leq x$ , where  $\phi$  is the Euler function.

An asymptotic formula is given for  $F(x)$  with an error term. The method is elementary, and goes through various estimations of sums involving arithmetical functions.

Soit  $\phi(n)$  la fonction d'Euler, et soit

$$F(x) = \sum_{\phi(n) \leq x} 1.$$

Il est facile de voir que cette somme est finie (cf. par exemple [Par], ch. 1, ex. 25) et il est connu que

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(x)}{x} = C = \prod_p \left( 1 + \frac{1}{p(p-1)} \right) = \frac{\zeta(2) \zeta(3)}{\zeta(6)},$$

où  $\zeta(s) = \sum_{n \geq 1} n^{-s}$  est la fonction de Riemann. La première démonstration due à P. Erdős (cf. [Erd]), est basée sur l'existence d'une fonction de distribution pour  $n/\phi(n)$ . R. E. Dressler a donné (cf. [Dre]) une deuxième démonstration, élémentaire, en approchant  $\phi(n)$  par les fonctions

$$\phi_k(n) = n \prod_{\substack{p|n \\ p \leq p_k}} (1 - 1/p),$$

où  $p_k$  désigne le  $k^{\text{ième}}$  nombre premier. Enfin P. Bateman (cf. [Bat]), par des méthodes de variables complexes, a fourni des estimations de la forme :

$$F(x) = Cx + O(x \exp(-c(\log x)^a))$$

pour diverses valeurs de  $c$  et de  $a$ .