Appendice B: Le foncteur D

Objekttyp: **Appendix**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1985)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.08.2024**

où σ est un isomorphisme d'après le lemme A.3 et $\tilde{j}' = \prod_{i \in I} \tilde{j}_i$ est injectif d'après l'hypothèse et le lemme A.2. Il en résulte que $\tilde{j}$ est injectif et par suite le lemme A.2 montre que le module $\prod_{i \in I} F_i$ est plat.

Appendice B :

Le foncteur D

B.1. Reprenons les hypothèses du N° 2.1 mais supposons que Y est un point. Alors $f_! = \Gamma_c(X; -)$, X est un espace localement compact de c-dimension finie et $\mathscr{K}$ est un faisceau c-mou et plat ([Gr] 2.5.1 et 2.9.1). D'après la proposition 1.4, pour tout faisceau $\mathscr{A}$ sur X, le faisceau $\mathscr{A} \otimes \mathscr{K}$ est c-mou.

Soit encore N un R-module.

B.2. On définit un foncteur contravariant

$$D(-) : Sh(X)^0 \to Sh(X)$$

en posant

$$D(\mathscr{A}) = f^!_{\mathscr{A} \otimes \mathscr{K}}(N).$$

Plus précisément $D(\mathscr{A})$ est le faisceau défini en posant

$$D(\mathscr{A})(U) = \mathrm{Hom}(\Gamma_c((\mathscr{A} \otimes \mathscr{K})_U); N)$$

pour tout $U \in \mathrm{Ouv}(X)$ et

$$\rho_{U', U} = \mathrm{Hom}(\bar{r}_{U', U}; 1_N)$$

pour tout $U', U \in \mathrm{Ouv}(X)$ tels que $U' \subset U$.

B.3. Dans ([Bo], V, § 7) le théorème de dualité est démontré, d'une façon un peu indirecte, à l'aide du foncteur D. On notera que la propriété fondamentale suivante du foncteur D est une conséquence facile de la proposition 3.10 si on remarque que $D(R_X)_{|U} = D(R_U) = f^!_{\mathscr{K}_U}(N)$.

B.4. Théorème (A. Borel). *Il existe un isomorphisme de foncteurs*

$$\mu : D(-) \to \mathscr{H}om(- ; D(R_X))$$