

0. Introduction

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **31 (1985)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

THE TRACE AS AN ALGEBRA HOMOMORPHISM

by Howard OSBORN

0. INTRODUCTION

Let A be any endomorphism of an appropriately restricted module V over a commutative ring with unit. The coefficients of the characteristic polynomial of A are the *elementary invariants* of A , being *traces* of A -induced endomorphisms of the exterior powers $\wedge^p V$. Similarly the *sums-of-powers invariants* of A are *traces* of the compositions A, AA, \dots of A with itself. For example, if V is free of rank n and A is represented by a diagonal matrix with diagonal entries t_1, \dots, t_n , then the elementary invariants and the sums-of-powers invariants are the usual elementary symmetric polynomials $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ and sums-of-powers polynomials s_1, s_2, \dots , respectively, in t_1, \dots, t_n . Since s_1, s_2, \dots can be expressed as the Newton polynomials in $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ one can easily use an appropriate "splitting principle" to prove that the sums-of-powers invariants of any endomorphism A of an appropriately restricted module V are the Newton polynomials in the elementary invariants of the same endomorphism A . The technique applies equally well to other trace-induced invariants of A .

In this intentionally elementary note such relations among the invariants of A are presented from a different point of view as images under the trace of identities in a new endomorphism algebra associated to the module V . Specifically, if $\text{End } \wedge^p V$ denotes the module of endomorphisms of the p^{th} exterior power $\wedge^p V$ of V , then one can provide the direct sum $\amalg_p \text{End } \wedge^p V$ with a new product for which the trace becomes an *algebra* homomorphism onto the ground ring, preserving products as well as sums. There are universal identities in $\amalg_p \text{End } \wedge^p V$ which express relations among the various endomorphisms induced by any endomorphism A of V itself, and one applies the trace to obtain corresponding identities among the invariants of A in the ground ring. The Newton identities are presented in this form to illustrate the technique.