

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Band:** 32 (1986)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** L'UNICITÉ POUR LES PROBLÈMES DE CAUCHY LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE  
**Kapitel:** 1.3. Enoncé des résultats principaux  
**Autor:** Raymond, Xavier Saint  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-55077>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 17.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

l'existence de variétés de dimension 1 ou 2 le long desquelles le champ  $L$  reste tangent (sans qu'il s'agisse de variétés intégrales de  $\mathcal{L}$ ) ainsi qu'une condition de signe sur les coefficients de  $L$ .

### 1.3. ENONCÉ DES RÉSULTATS PRINCIPAUX

Munis de ces notations, nous pouvons énoncer les principales réponses apportées à la question posée en 1.1.

**THÉORÈME 1.1.** *Posons  $S_3 = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \varphi(x) = \varphi(x_0) \text{ et } \text{rg } \mathcal{L}(x) \geq 3\}$ . Si le problème est non caractéristique et si  $x_0 \in \bar{S}_3$ , alors pour tout voisinage  $\Omega$  de  $x_0$ , il existe  $\omega \subset \Omega$  avec  $\omega \cap S_3 \neq \emptyset$ ,  $u \in C^\infty(\omega)$  et  $a \in C^\infty(\omega)$  tels que*

$$(1.1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (L + c_0 + a)u(x) = 0 \quad \text{dans } \omega, \\ \text{Supp } u' = \omega_+ = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \geq \varphi(x_0)\}, \quad \text{et} \\ \text{Supp } a \subset \omega_+. \end{array} \right.$$

Moralement, ce théorème signifie que pour avoir la propriété d'unicité, il est nécessaire que  $\text{rg } \mathcal{L} < 3$  sur la surface d'équation  $\varphi(x) = \varphi(x_0)$ . Cette condition est également suffisante lorsque nous faisons l'une des deux hypothèses « techniques » introduites au paragraphe précédent :

**THÉORÈME 1.2.** *Posons  $S_3 = \{x \in \mathbf{R}^n \mid \varphi(x) = \varphi(x_0) \text{ et } \text{rg } \mathcal{L}(x) \geq 3\}$ ; supposons que le problème est non caractéristique et que  $x_0 \notin \bar{S}_3$ ; supposons encore qu'il existe un voisinage  $\Omega$  de  $x_0$  tel que l'une des deux hypothèses « techniques » suivantes soit vérifiée : soit  $L$  vérifie la condition (R) dans  $\Omega$ , soit  $L$  vérifie la condition (P) dans  $\dot{\Omega}_+ = \{x \in \Omega \mid \varphi(x) > \varphi(x_0)\}$ . Alors, pour tout voisinage  $\omega$  de  $x_0$  et toute  $u \in C^1(\omega)$  solution du système*

$$(1.2) \quad \left\{ \begin{array}{l} (L + c_0)u(x) = 0 \quad \text{dans } \omega, \quad \text{et} \\ u(x) = 0 \quad \text{dans } \omega_- = \{x \in \omega \mid \varphi(x) \leq \varphi(x_0)\}, \end{array} \right.$$

la fonction  $u$  s'annule au voisinage de  $x_0$ .

### 1.4. COMMENTAIRES SUR LES THÉORÈMES

1. Comme nous le verrons au paragraphe 2.1, le théorème 1.1 s'applique essentiellement aux opérateurs de la forme