$$\sum_{\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)} \hat{\phi}(b(\gamma)) = -2q^{-1}(q-1)^{-1}(\alpha\gamma)(-1) \sum_a e(2a)(\alpha\gamma^2)(a), \quad a \in F_q^\times,$$
$$= 2\, T_\alpha(b(\gamma)),$$

d'après (6) et (7) (théorème 2 et lemme 2). C.Q.F.D.

Pour tout caractère ϕ de $H_i^\times$, on définit le caractère conjugué $\bar{\phi}$ de H_i par $\bar{\phi}(x) := \phi(\bar{x})$, pour tout $x \in H_i^\times$, $i = 1, 2$.

Soit ϕ un caractère multiplicatif de H_i, $i = 1, 2$: on remarque que $\phi = \bar{\phi}$ si et seulement s'il existe $\beta \in X$, tel que $\beta^* = \phi$.

Pour tout $\phi \in C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$, on a $\hat{\phi} = \hat{\bar{\phi}}$, puisque $G(\gamma^*\phi) = G(\gamma^*\bar{\phi})$, pour tout $\gamma \in X$.

D'autre part, soit $\beta \in X$ et soit ϕ_i le composé de β avec la norme de $H_i^\times$ sur $F^\times$, pour $i = 1, 2$. On a alors $\phi_i \in C_i(\beta^2)$ et

$$\varepsilon_1\, G(\gamma^*\phi_1) = \varepsilon_2\, G(\gamma^*\phi_2),$$

pour tout $\gamma \in X$; ici l'on applique le théorème de Hasse et Davenport, c.f. [3], qui dit, dans ce cas:

$$G(\gamma^*\phi_2) = -g(\gamma\beta)^2.$$

Il s'ensuit que les homomorphismes $\hat{\phi}_1$ et $\hat{\phi}_2$ sont égaux.

Vu le lemme 3, (d) et la proposition 4, il s'ensuit maintenant le théorème suivant:

THÉORÈME 3. *Tout homomorphisme de* $\mathbf{C}$-*algèbres de* A_α *dans* $\mathbf{C}$ *est de la forme* $\hat{\phi}$ *avec* ϕ *dans* $C_1(\alpha) \cup C_2(\alpha)$. *Pour* $i = 1, 2$ *et* $\phi, \psi \in C_i(\alpha)$, *on a* $\hat{\phi} = \hat{\psi}$ *si et seulement si* $\phi = \psi$ *ou* $\phi = \bar{\psi}$. *Pour* $\phi_1 \in C_1(\alpha)$ *et* $\phi_2 \in C_2(\alpha)$, *on a* $\hat{\phi}_1 = \hat{\phi}_2$ *si et seulement s'il existe un caractère* β *de* $F^\times$ *tel que* ϕ_1 *(resp.* ϕ_2*) soit le composé de* β *avec la norme de* $F \times F$ *(resp.* F_{q^2}*) sur* F.

RÉFÉRENCES

[1] CHANG, B. Decomposition of Gelfand-Graev characters of $GL_3(q)$. *Commun. Algebra 4* (1976), 375-401.

[2] CURTIS, C. W. and T. V. FOSSUM. On Centralizer Rings and Characters of Representations of Finite Groups. *Math. Zeitschr. 107* (1968), 402-406.

[3] DAVENPORT, H. und H. HASSE. Die Nullstellen der Kongruenzzetafunktion in gewissen zyklischen Fällen. *J. Reine u. Angew. Math. 172* (1935), 151-182.

[4] HELVERSEN-PASOTTO, A. L'identité de Barnes pour les corps finis. *Séminaire DELANGE-PISOT-POITOU (théorie des nombres)*, 19e année, 1977/1978, N° 22, 12 p.

[5] —— L'identité de Barnes pour les corps finis. *C. R. Acad. Sc. Paris, t. 286* (1978), Série A, 297-300.

[6] —— Darstellungen von $GL(3, \mathbf{F}_q)$ und Gaussche Summen. *Math. Ann. 260* (1982), 1-21.

[7] LI, W. and J. SOTO ANDRADE. Barnes Identities and Representations of $GL(2)$, Part. I: Finite Field Case. *J. reine angew. Math. 344* (1983), 171-179.

[8] LI, W. Barnes Identities and Representations of $GL(2)$, Part II: Nonarchimedian Local Field Case. *J. reine angew. Math. 345* (1983), 69-92.

[9] STEINBERG, R. *Lectures on Chevalley Groups.* Yale Lecture Notes (1967).

[10] —— The Representations of $GL(3, q)$, $GL(4, q)$, $PGL(3, q)$ and $PGL(4, q)$. *Canadian Journal of Mathematics 3* (1951), 225-235.

[11] YOKONUMA, T. Complément au mémoire « Sur le commutant d'une représentation d'un groupe de Chevalley fini ». *Journ. Fac. Sc. Univ. Tokyo, Sec. I, Vol. XVI, Part 1* (1969), 147-148.

(Reçu le 7 décembre 1984)

Anna Helversen-Pasotto

Département de Mathématiques
Parc Valrose
06034 Nice Cedex (France)