Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Band: 32 (1986)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: LES SURFACES EUCLIDIENNES À SINGULARITÉS CONIQUES

Kapitel: Introduction

Autor: Troyanov, Marc

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-55079

L'Enseignement Mathématique, t. 32 (1986), p. 79-94

LES SURFACES EUCLIDIENNES À SINGULARITÉS CONIQUES

par Marc TROYANOV

INTRODUCTION

Une surface euclidienne est une surface possédant localement la structure du plan euclidien; on peut, de manière équivalente, la définir à l'aide d'une métrique riemannienne plate (c'est-à-dire à courbure nulle).

Une surface euclidienne à singularités coniques (on abrégera s.e.s.c.) est une surface possédant localement la géométrie d'un cône standard; on peut également la définir à l'aide d'une métrique riemannienne plate avec des singularités spécifiques.

Un cône standard possède un unique invariant: son ouverture (qui est un nombre réel positif). La s.e.s.c. possède donc un invariant pour chacune de ses singularités.

En outre, une surface euclidienne (ou riemannienne) avec singularités coniques détermine une unique structure conforme.

Le but de cet article est de montrer que la donnée de ces invariants caractérise complètement une s.e.s.c. compacte et orientable, et d'obtenir ainsi une classification de ces surfaces (Théorème du § 5).

L'exposé présenté est élémentaire et ne nécessite, pour sa compréhension, aucune connaissance autre que les définitions de surface de Riemann et de métrique riemannienne (à l'exception d'un résultat technique donné en appendice).

§ 1. STRUCTURE LOCALE D'UNE SINGULARITÉ CONIQUE

Définition. $V_\theta := \{(r;t) : r \geqslant 0; t \in \mathbf{R}/\theta\mathbf{Z}\}/(0;t) \sim (0;t')$ muni de la métrique

$$ds^2 = dr^2 + r^2 dt^2$$