Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 33 (1987)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FORMULES POUR LES TRISÉCANTES DES SURFACES ALGÉBRIQUES

Autor: Barz, Patrick

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-87886

Les calculs qui suivent ont lieu dans $A^{\bullet}(G)$ avec les notations de [21]. Tout d'abord, on a

$$\begin{cases} [F].(1,3) = 4 & \text{(nombre de droites dans une quadrique de } \mathbf{P}^3 \\ & \text{et coupant une droite fixe),} \\ [F].(0,4) = 0 & \text{(un point générique de } \mathbf{P}^4 \text{ n'est pas sur } Q). \end{cases}$$

Il en résulte $[F] = 4(1, 3)$ par dualité.

Cherchons $[F].[X].(2, 4)$ qui représentera donc le nombre m de droites tangentes d'inflexion à $S = \mathscr{H} \cap Q$ recoupant un plan fixe. On a

$$m = [F].[X].(2,4) = 4\,[X].(2,4).(1,3)\,.$$

Or par la formule de Pieri, on a

$$(2,4).(1,3) = (1,2) + (0,3)\,.$$

D'autre part, suivant que $\deg \mathscr{H} = 3$ ou 4, on a

$$\begin{cases} [X].(1,2) = 9 \text{ ou } 24 & \text{(tangentes d'inflexion d'une cubique ou quartique plane)} \\ [X].(0,3) = 6 \text{ ou } 24 & \text{(tangentes d'inflexion d'une surface cubique ou quar-} \\ & \text{tique de } \mathbf{P}^3 \text{ passant par un point fixe: [34], p. 199} \\ & \text{et 203).} \end{cases}$$

$$\text{Donc} \quad \begin{cases} m = 4.9 + 4.6 = 60 & \text{si} \quad \deg \mathscr{H} = 3 \\ m = 4.24 + 4.24 = 192 & \text{si} \quad \deg \mathscr{H} = 4\,. \end{cases}$$

Désignant le nombre de tangentes d'inflexion d'une surface de $\mathbf{P}^4$ coupant un plan fixe par T, on a donc $T(S(2,3)) = 60$ *et* $T(S(2,4)) = 192$. (Il faut vérifier que les multiplicités sont bien 1).

BIBLIOGRAPHIE

[1] ARBARELLO, E. *et al. Geometry of algebraic curves (volume I).* Springer-Verlag (1985).

[2] CAYLEY, A. On skew surfaces, otherwise scrolls. *Collected Papers V*, 168-220.

[3] COLLEY, S. Enumerating stationnary multiple-points. *Adv. in Maths*, à paraître.

[4] ELENCWAJG, G. et P. LE BARZ. L'anneau de Chow de Hilb³ $\mathbf{P}^2$. A paraître.

[5] FOGARTY, J. Algebraic families on an algebraic surface. *Amer. J. Math. 90* (1968), 511-521.

[6] FULTON, W. and R. MACPHERSON. Intersecting cycles on an algebraic variety. *Real and Complex singularities*, Oslo (1976), Sijthoof & Noordhoof, 179-197.

[7] FULTON, W. *Intersection theory.* Springer-Verlag (1984).

[8] GRANGER, M. *Géométrie des schémas de Hilbert ponctuels.* Mém. Soc. Math. France nº 8 (1983).

[9] GRIFFITHS, P. and J. HARRIS. *Algebraic Geometry.* Wiley & Sons, New York (1978).

[10] GROTHENDIECK, A. Les schémas de Hilbert. *Séminaire Bourbaki*, exposé 221 (1961), IHP Paris.

[11] —— EGA I. *Publ. Math. IHES 4* (1960), 1-228.

[12] GRUSON, L. et C. PESKINE. Courbes de l'espace projectif: variétés de sécantes. *Enumerative Geometry and classical algebraic Geometry*, Nice (1981), Prog. in Maths nº 24, Birkhäuser, 1-31.

[13] HARTSHORNE, R. *Algebraic Geometry*. Springer-Verlag (1977).
[14] —— Connectedness of the Hilbert Scheme. *Publ. Math. IHES 29* (1966), 261-304.
[15] IARROBINO, A. Reducibility of the families of 0-dimensional schemes on a variety. *Inv. Math. 15* (1972), 72-77.
[16] JAMES, C. On the multiple tangents and multisecants of scrolls in higher space. *Proc. London Math. Soc. (2) 27* (1927-28), 513-540.
[17] KLEIMAN, S. Multiple-point formulas I: iteration. *Acta Math. 147* (1981), 13-49.
[18] —— Multiple-point formulas II: the Hilbert scheme. To appear.
[19] —— Multiple-point formulas for maps. *Enumerative Geometry and classical algebraic Geometry*, Nice (1981), Prog. in Maths n° 24, Birkhäuser, 237-252.
[20] —— The enumerative theory of singularities. *Real and complex singularities*, Oslo (1976), Sijthoof & Noordhoof, 297-396.
[21] —— Rigorous foundation of Schubert's enumerative calculus. *Proc. of Symp. in Pure Maths. 28* (1976), AMS Providence.
[22] LAKSOV, D. Residual intersections and Todd's formula for the double locus of a morphism. *Acta Math. 140* (1978), 75-92.
[23] LE BARZ, P. Formules multisécantes pour les courbes gauches quelconques. *Enumerative Geometry and classical algebraic Geometry*, Nice (1981), Prog. in Maths n° 24, Birkhäuser, 165-197.
[24] —— Platitude et non-platitude de certains sous-schémas de $\mathrm{Hilb}^k\, \mathbf{P}^N$. *J. Reine und ang. Math. 348* (1984), 116-134.
[25] —— Quelques calculs dans les variétés d'alignements. *Adv. in Maths*, à paraître.
[26] —— Contribution des droites d'une surface à ses multisécantes. *Bull. Soc. Math. France 112* (1984), 303-324.
[27] —— On multisecant of scrolls. Preprint, Univ. de Nice.
[28] —— Quelques formules multisécantes pour les surfaces. A paraître.
[29] —— Courbes générales de $\mathbf{P}^3$. *Math. Scand. 44* (1979), 243-277.
[30] —— Formules pour les multisécantes des surfaces. *C. Rend. Acad. Sc. Paris 292* (1981), 797-800.
[31] MATHER, J. N. Stable map-germs and algebraic geometry. *Lecture Notes in Maths n° 197*, 176-193.
[32] RAN, Z. The class of a Hilbert Scheme inside an other. A paraître.
[33] RONGA, F. Desingularisation of the triple points and of the stationary points of a map. *Comp. Math. 53* (1984), 211-223.
[34] SEMPLE, J. G. and L. ROTH. *Introduction to algebraic geometry*. Clarendon Press (1949), Oxford.
[35] SEVERI, F. Riflessioni intorno ai problemi numerativi... *Rend. del R. Ist. Lomb. di Sc. e Lett. 54* (1921), 243-254.
[36] VON ZUR GATHEN, J. Sekantenräume von Kurven. Thèse, Université de Zürich (1980).
[37] ZEUTHEN, H. G. Sur les singularités ordinaires des courbes géométriques à double courbure. *C. Rend. Acad. Sc. Paris 67* (1868), 225-229.

(Reçu le 28 décembre 1984)

Patrick Le Barz

Laboratoire de Mathématiques
Université de Nice
Parc Valrose
F-06034 Nice Cedex