

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **35 (1989)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **11.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

CONTRIBUTION  
À L'ÉTUDE D'UNE CONJECTURE DE THÉORIE DES NOMBRES  
PAR LE CODAGE ZBV

par Serge GRIGORIEFF et Denis RICHARD

ABSTRACT. In [RJ] J. Robinson asked whether first order arithmetic over the set  $\mathbf{N}$  of non negative integers is definable in terms of the successor function  $S$  and the coprimeness predicate  $\perp$  (where  $a \perp b$  iff  $a$  and  $b$  have no common prime divisor). It turns out that this question is equivalent to the following conjecture of number theory: Is there an integer  $k$  such that for every pair  $(x, y)$  of integers, the equality  $x = y$  holds if and only if  $x + i$  and  $y + i$  have the same prime divisors for  $0 \leq i \leq k$ ? This conjecture, due to A. Woods, is itself closely linked to some open questions proposed by P. Erdős (see [EP]). From the results in [RJ], [WA] and [RD], first order arithmetic is expressible in terms of the successor function  $S$ , the coprimeness predicate  $\perp$  and anyone of the predicates of the following list:

$$x < y; x + y = z; x \mid y \text{ (} x \text{ divides } y \text{)}; x \times y = z;$$
$$y = m^x \text{ (for any fixed } m \geq 2 \text{)}.$$

This paper intends

- 1°) to present some number theoretical results which are pertinent tools to develop methods essentially relevant to mathematical logic;
- 2°) to give a survey of the history of arithmetical definability;
- 3°) to present some results about J. Robinson's question which unify all previously known ones;
- 4°) to add to the previous list new predicates such as  $\text{RES}(x, p)$  (which means that  $p$  is prime and  $x$  is a quadratic residue modulo  $p$ ),  $\text{POW}(y, x)$  (which means that  $y$  is a power of  $x$ ) and weak restrictions of addition, multiplication and division.