

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **38 (1992)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **14.08.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Démonstration. Soit $\pi: \mathbf{Z}[[\tilde{M}]] \mapsto \mathbf{Z}[[M]]$ l'application définie par

$$\pi\left(\sum_{p \in \tilde{M}} a_p x^p\right) = \sum_{p \in M} a_p x^p.$$

C'est un morphisme de $\mathbf{Z}[M]$ -modules. Soit \tilde{S} le sous-ensemble de $\mathbf{Z}[\tilde{M}]$ formé des produits finis d'éléments de la forme $1 - x^p, p \in \tilde{M} \setminus \{0\}$; et soit $\tilde{S}^{-1}\mathbf{Z}[\tilde{M}]$ le sous-anneau du corps des fractions de $\mathbf{Z}[\tilde{M}]$ engendré par \tilde{S}^{-1} et $\mathbf{Z}[\tilde{M}]$. De l'identité

$$(1 - x^p)^{-1} = (1 - x^{\gamma p})^{-1} \left(\sum_{n=0}^{\gamma-1} x^{np} \right),$$

résulte que $\tilde{S}^{-1}\mathbf{Z}[\tilde{M}] = S^{-1}\mathbf{Z}[M]$. Par suite, π s'étend en un unique morphisme de $\mathbf{Z}[M]$ -modules, noté encore $\pi: \tilde{S}^{-1}\mathbf{Z}[\tilde{M}] \mapsto S^{-1}\mathbf{Z}[M]$. On a donc, en posant

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}_\omega(P) &= \sum_{m \in P \cap \tilde{M}} \omega(m, P) x^m \quad \text{et} \quad \Phi_\omega(P) = \sum_{m \in P \cap M} \omega(m, P) x^m : \\ \Phi_\omega(P) &= \sum_{s \in \mathcal{E}} \pi(x^s \tilde{\Phi}_\omega(P_s)). \end{aligned}$$

De plus, puisque chaque P_s est rationnel pour le réseau M , on a: $\tilde{\Phi}(P_s) \in S_d^{-1}\mathbf{Z}[\tilde{M}]$. Soit $n > 0$ un entier; écrivons $n = q\gamma + r$ où q est entier, et où $1 \leq r \leq \gamma$. Alors

$$\Phi_\omega(nP) = \sum_{s \in \mathcal{E}} \pi(x^{ns} \tilde{\Phi}_\omega(P_s)) = \sum_{s \in \mathcal{E}} x^{q\gamma s} \pi(x^{rs} \tilde{\Phi}_\omega(P_s)).$$

Le résultat s'en déduit comme dans les preuves des théorèmes 3.1 et 3.2. \square

RÉFÉRENCES

- [B] BRION, M. Points entiers dans les polyèdres convexes. *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.*, 4^e série, 21 (1988), 653-663.
- [D] DEMAZURE, M. Sous-groupes de rang maximum du groupe de Cremona. *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.*, 4^e série, 3 (1970), 507-588.
- [E] EHRHART, E. Sur un problème de géométrie diophantienne linéaire. I. *J. Reine Angew Math.*, 226 (1967), 1-29.
- [G] GODEMENT, R. *Théorie des faisceaux*. Hermann, Paris, 1958.
- [Ha] HADWIGER, H. *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1957.
- [Hi] HIBI, T. Ehrhart polynomials of convex polytopes, h -vectors of simplicial complexes and non-singular projective toric varieties. Preprint, juin 1990.
- [I] ISHIDA, M. N. Polyhedral Laurent series and Brion's equalities. *International Journal of Math.* 1 (3) (1990), 251-265.

- [M] MACDONALD, I. G. Polynomials associated with finite cell-complexes. *J. London Math. Soc. (2)*, 4 (1971), 181-192.
- [MM] McMULLEN, P. Lattice-invariant valuations on rational polytopes. *Arch. Math.*, 31 (1978), 509-516.
- [O] ODA, T. *Convex bodies and algebraic geometry (An introduction to the theory of toric varieties)*. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1988.
- [PS] PERLES, M. and C. SHEPHARD. Angle sums of convex polytopes. *Math. Scand.*, 21 (1967), 199-218.
- [R] ROCKAFELLAR, R. T. *Convex analysis*. Princeton University Press, Princeton, 1970.
- [S] STANLEY, R. *Enumerative combinatorics, Vol. I*. Wadsworth and Brooks/Cole, Belmont, 1986.

(Reçu le 18 février 1991)

Michel Brion

Université de Grenoble 1
Institut Fourier
UFR de Mathématiques
B.P. 74
F-38402 Saint-Martin-d'Hères Cedex
(France)