11. Intégrer les algèbres de Leibniz

Objekttyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Il est donc naturel de penser que, dans le contexte multiplicatif (i.e. GL),

le bon groupe $\Gamma_F(n)$ *est* $KL_n(F)$.

11. Intégrer les algèbres de Leibniz

Le problème consiste à définir des objets algébriques qui seraient aux algèbres de Leibniz ce que les groupes sont aux algèbres de Lie. Ces objets mythiques seront appelés, pour l'instant, des *coquecigrues.* Une coquecigrue G devrait être munie d'un «commutateur abstrait» $[-,-]$: $G \times G \to G$ ayant certaines des propriétés des commutateurs dans les groupes. Les groupes seraient des cas particuliers de coquecigrues et toute coquecigrue aurait un groupe universel associé G_{gr}. Les théories d'homologie HL_* et de cohomologie HL^* devraient s'étendre à la catégorie des coquecigrues et le groupe $HL^2(G, A)$ classifierait les extensions, dans la catégorie des coquecigrues, de G par A. En particulier il devrait y avoir au-dessus de $SL_n(F)$ une coquecigrue universelle fournissant une extension de $SL_n(F)$ par $F^\times \wedge F^\times$ pour $n \geqslant 5$.

L'une des relations attendues entre coquecigrues et algèbres de Leibniz est la suivante. Les commutateurs abstraits définissent une série centrale descendante dont le gradué associé est une algèbre de Leibniz (le crochet étant induit par le commutateur abstrait). Une coquecigrue libre doit donner une algèbre de Leibniz libre.

La catégorie homotopique des coquecigrues simpliciales devrait fournir un modèle entier de la théorie de l'homotopie non commutative décrite en 8.3.

Une coquecigrue munie d'une structure de variété (avec quelques compatibilités) serait un groupe de Leibniz, c'est-à-dire que l'espace tangent aurait une structure d'algèbre de Leibniz (on peut rêver).

BIBLIOGRAPHIE

[B-C] Baues, H. J. and D. Conduché. The central series for Peiffer commutators in groups with operators. *J. Algebra 133* (1990), 1-34.

[B] Brylinski, J.-L. Communication personnelle. Mars 1991.

[C-Q] Cuntz, J. and D. Quillen. Algebra extensions and nonsingularity. Preprint Heidelberg, 1992.

[C] Cuvier, C. Homologie de Leibniz et homologie de Hochschild. *Comptes Rendus Acad. Sc. Paris Sér. A-B 313* (1991), 569-572.

[F-L] Fiedorowicz, Z. and J.-L. Loday. Crossed simplicial groups and their associated homology. *Transactions A.M.S. 326* (1991), 57-87.