

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

According to the theorem of Schinzel and Tijdeman, for every  $m \geq 2$  there exists  $C_m > 0$  (and effectively computable) such that if  $(x, y, z)$  is a non-trivial solution of  $(E_m)$ , then  $|x|, y, z < C_m$ .

LEMMA 7. *With above hypotheses, if  $m \geq 2$  and  $k > C_m$ , then  $(E_{km})$  has only trivial solutions.*

*Proof.* Let  $k > C_m$ , let  $(x, y, z)$  be a non-trivial solution of  $(E_{km})$ . So  $f(x^{km}) = y^z$ , thus  $(x^k, y, z)$  is a non-trivial solution of  $(E_m)$ . Hence  $|x^k| < C_m < k$ . Then  $|x| \leq 1$  and therefore  $f(0), f(1)$  or  $f(-1)$  is a proper power, which is contrary to the hypothesis.  $\square$

Let  $F = \{m \geq 2 \mid (E_m) \text{ has only trivial solutions}\}$ .

PROPOSITION 8.  $\mu(F) = 1$ .

*Proof.* Let  $F'$  be the complement of the set  $F$ ; it suffices to show that  $\mu(F') = 0$ .

For each prime  $p$ ,  $kp \in F$  for each  $k > C_p$ , according to lemma 7. So  $\mathbf{N}p \cap F'$  is finite. By lemma 2,  $\mu(F') = 0$ .  $\square$

Actually, the complement of  $F$  is finite, if  $f$  has at least two simple zeroes.

We note the following interesting application. Let  $a, b, c$  be non-zero integers, such that  $-\frac{c}{b}$  and  $\pm \frac{a}{b} - \frac{c}{b}$  are not zero, nor 1, nor proper powers.

Let  $f = \frac{a}{b}X - \frac{c}{b}$ . The above result is applicable to the polynomial  $f$  and yields:

*The set of  $m \geq 3$  such that there exist integers  $n \geq 2$ , and  $x, y$ , with  $y \geq 2$ , satisfying  $ax^m - by^n = c$ , has uniform density equal to zero.*

#### BIBLIOGRAPHY

- [B-F] BROWN, T.C. and A.R. FREEDMAN. The uniform density of sets of integers and Fermat's last theorem. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada* 12 (1990), 1-6.
- [F] FILASETA, M. An application of Faltings' theorem to Fermat's last theorem. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada* 6 (1984), 31-32.
- [G1] GRANVILLE, A. The set of exponents, for which Fermat's last theorem is true, has density one. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada* 7 (1985), 55-60.

- [G2] ——— Powerful numbers and Fermat's last theorem. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada* 8 (1986), 215-218.
- [H-B] HEATH-BROWN, D.R. Fermat's last theorem for "almost all" primes. *Bull. London Math. Soc.* 17 (1985), 15-16.
- [P-R] POWELL, B. and P. RIBENBOIM. Note on a paper by M. Filaseta regarding Fermat's last theorem. *Ann. Univ. Turkuensis* 187 (1985), 3-22.
- [R 1] RIBENBOIM, P. Remarks on exponential congruences and powerful numbers. *J. Nb. Th.* 29 (1988), 251-263.
- [R 2] ——— A note on Catalan's equation. *J. Nb. Th.* 24 (1986), 245-248.
- [R 3] ——— Recent results on Fermat's last theorem. *Expo. Math.* 5 (1987), 75-90.
- [S-T] SCHINZEL, A. and R. TIJDEMAN. On the equation  $y^m = P(x)$ . *Acta Arithm.* 31 (1976), 199-204.
- [T] TIJDEMAN, R. On the equation of Catalan. *Acta Arithm.* 29 (1976), 197-209.

(Reçu le 28 janvier 1992)

Paulo Ribenboim

Department of Mathematics and Statistics  
Queen's University  
Kingston, Ontario  
Canada K7L, 3N6

**vide-leer-empty**