

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **39 (1993)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## POLYNÔMES ASSOCIÉS AUX ENDOMORPHISMES DE GROUPES LIBRES

par Jacques PEYRIÈRE, WEN ZHI-YING et WEN ZHI-XIONG

ABSTRACT. If  $\sigma$  is an endomorphism of  $F$ , the free group generated by  $a$  and  $b$ , there exists a unique polynomial map  $\Phi_\sigma$  from  $\mathbf{C}^3$  to  $\mathbf{C}^3$ , with integral coefficients, such that, for any representation  $\varphi$  of  $F$  in  $SL(2, \mathbf{C})$ , one has

$$(\operatorname{tr} \varphi(\sigma(a)), \operatorname{tr} \varphi(\sigma(b)), \operatorname{tr} \varphi(\sigma(ab))) = \Phi_\sigma(\operatorname{tr} \varphi(a), \operatorname{tr} \varphi(b), \operatorname{tr} \varphi(ab)) .$$

The following relation holds:  $\Phi_{\sigma' \circ \sigma} = \Phi_\sigma \circ \Phi_{\sigma'}$ . The kernel of  $\Phi$  is shown to be generated by the inner automorphisms of  $F$  and the involution which takes  $a$  to  $a^{-1}$  and  $b$  to  $b^{-1}$ . If  $\lambda$  denotes the polynomial  $x^2 + y^2 + z^2 - xyz - 4$ , then  $\lambda \circ \Phi_\sigma$  factorizes under the form  $\lambda \cdot Q_\sigma$ , where  $Q_\sigma$  is a polynomial with integral coefficients. Among other properties of  $Q_\sigma$ , it is proved that  $\sigma$  is an automorphism of  $E$  if and only if  $Q_\sigma$  equals 1 identically. The case of a free group with more than two generators is also studied but, in this case, results are less complete.

RÉSUMÉ. A chaque endomorphisme  $\sigma$  du groupe libre  $F$  engendré par  $a$  et  $b$  on associe une unique application polynomiale  $\Phi_\sigma$ , à coefficients entiers, de  $\mathbf{C}^3$  dans  $\mathbf{C}^3$  telle que, pour toute représentation  $\varphi$  de  $F$  dans  $SL(2, \mathbf{C})$  on ait

$$(\operatorname{tr} \varphi(\sigma(a)), \operatorname{tr} \varphi(\sigma(b)), \operatorname{tr} \varphi(\sigma(ab))) = \Phi_\sigma(\operatorname{tr} \varphi(a), \operatorname{tr} \varphi(b), \operatorname{tr} \varphi(ab)) .$$

L'application  $\Phi$  est un anti-homomorphisme du monoïde des endomorphismes de  $F$  dans le monoïde des applications polynomiales de  $\mathbf{C}^3$  dans  $\mathbf{C}^3$ , muni de la composition. Diverses propriétés de  $\Phi$  sont établies. En particulier, son noyau est caractérisé. En outre, si  $\lambda$  désigne le polynôme  $x^2 + y^2 + z^2 - xyz - 4$ , le polynôme  $\lambda \circ \Phi$  se factorise sous la forme  $\lambda \cdot Q_\sigma$  où  $Q_\sigma$  est un polynôme à coefficients entiers. Il est établi, entre autre, que  $\sigma$  est un automorphisme de  $F$  si et seulement si  $Q_\sigma$  est identiquement égal à 1. Le cas d'un groupe libre à plus de deux générateurs est également abordé, mais avec des résultats moins complets.