

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **40 (1994)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## AN ERGODIC ADDING MACHINE ON THE CANTOR SET

by Peter COLLAS and David KLEIN

ABSTRACT. We calculate all ergodic measures for a specific function  $F$  on the unit interval. The supports of these measures consist of periodic orbits of period  $2^n$  and the classical ternary Cantor set. On the Cantor set,  $F$  is topologically conjugate to an “adding machine” in base 2. We show that  $F$  is representative of the class of functions with zero topological entropy on the unit interval, already analyzed in the literature, and its behavior is therefore typical of that class.

### I. INTRODUCTION

The dynamical behavior of the quadratic function  $f_c(x) = x^2 - c$  has been extensively studied as the parameter  $c$  is varied. For example,  $c_0 = 1.401155189\dots$  is the smallest value of  $c$  for which  $f_c(x)$  has infinitely many distinct periodic orbits [1-3]. As  $c$  approaches this number through smaller values, the dynamical system,  $x \rightarrow f_c(x)$ , progresses through the famous period doubling route to chaos. When  $c = c_0$ , the dynamical behavior of  $f(x) \equiv f_c(x)$  includes the following properties:

1. There is a Cantor set  $K$  which is an attractor and  $f : K \rightarrow K$
2. All periodic points of  $f$  have period  $2^n$  for some  $n$ .
3. There are periodic points which are arbitrarily close to  $K$ .
4. With the restriction of  $f(x)$  to an appropriate interval  $I$  such that  $f(I) \subset I$ , there are just two possibilities for the orbit of a point  $x_0 \in I$ : either  $f^k(x_0)$  is in a periodic orbit for some  $k$ , or  $f^k(x_0)$  converges to  $K$  as  $k$  increases.
5. The restriction of  $f$  to  $K$  is topologically equivalent to a function on 2-adic integers which adds 1 to its argument (this “adding machine” will be described in detail below).