

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **40 (1994)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 6. OPEN PROBLEMS

There are many open questions and unproven conjectures about the Prouhet-Tarry-Escott problem. We conclude by listing a few.

1. Find an ideal solution for any size higher than 10 or find some degree for which an ideal solution does not exist. (Even a heuristic argument would be of interest.)
2. Find another class of solutions of size 9 or 10.
3. Prove  $N(k) \leq o(k^2)$ .
4. Prove  $M(k) \leq O(k^2)$ .
5. Show that there is no 7 factor (degree 6) pure product of norm 14.
6. Find a non-trivial lower bound for  $A(k)$ . Almost equivalently prove

$$\min_{n_1, \dots, n_k} \left\| \prod_{i=1}^k (1 - x^{n_i}) \right\|_1 > 2k$$

for some  $k$ . (Problem 5 is the  $k = 7$  case of this.)

7. Find a true algorithm, even an impractical one, that determines if there is an ideal solution of size 11.
8. Find a true algorithm, even an impractical one, that determines if there is a degree 6 ( $k = 7$ ) pure product of norm 14.
9. Solve the ideal problem mod  $p^n$  for all primes  $p$  smaller than the size of the solution and all  $n$ .

The big prize is to find ideal solutions of all degrees, if indeed they exist. Question 1 above is, of course, the first step. No progress on questions 3 and 4 has been made for many years. Questions 5, 6, and 8 all relate to the Erdős-Szekeres Problem. The issue in Questions 7 and 8 is that it is not known how to bound solutions so as to make the problems finite. Question 9 is raised in [17] and would show that no local obstructions exist to solutions.

## REFERENCES

- [1] ATKINSON, F.V. On a Problem of Erdős and Szekeres. *Canad. Math. Bull.* 1 (1961), 7-12.
- [2] BECK, J. The Modulus of Polynomials with Zeros on the Unit Circle: A Problem of Erdős. *Annals of Math.* 134 (1991), 609-651.
- [3] BORWEIN, P. Some Restricted Partition Functions. *J. Number Theory* 45 (1993), 228-240.

- [4] CHERNICK, J. Ideal Solutions of the Tarry-Escott Problem. *M.A.A. Monthly* 44 (1937), 627-633.
- [5] DICKSON, L.E. *History of the Theory of Numbers, Vol. 2*. Chelsea Publishing Comp., New York, 1952.
- [6] DOBROWOLSKI, E. On a Question of Lehmer and the Number of Irreducible Factors of a Polynomial. *Acta Arithmetica* 34 (1979), 341-401.
- [7] DORWART, H.L. and O.E. BROWN. The Tarry-Escott Problem. *M.A.A. Monthly* 44 (1937), 613-626.
- [8] ERDŐS, P. and G. SZEKERES. On the Product  $\prod_{k=1}^n (1 - z^{\alpha_k})$ . *Acad. Serbe Sci. Publ. Institut Math.* 12 (1958), 29-34.
- [9] FUCHS, W.H.J. and E.M. WRIGHT. The 'Easier' Waring Problem. *Quart. J. Math.* 10 (1939), 190-209.
- [10] GLODEN, A. *Mehrgradige Gleichungen*. Noordhoff, Groningen, 1944.
- [11] HUA, L.K. *Introduction to Number Theory*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
- [12] KLEIMAN, H. A Note on the Tarry-Escott Problem. *J. Reine Angew. Math.* 278/279 (1975), 48-51.
- [13] KOLOUNTZAKIS, M.N. On Non-Negative Cosine Polynomials with Non-Negative, Integral Coefficients. *Proc. Amer. Math. Soc.* 120 (1994), 157-168.
- [14] LINDEN, C.N. The Modulus of Polynomials with Zeros on the Unit Circle. *Bull. London Math. Soc.* 9 (1977), 65-69.
- [15] MELZAK, Z.A. A Note on the Tarry-Escott Problem. *Canad. Math. Bull.* vol. 4, no. 3 (1961), 233-237.
- [16] ODLYZKO, A.M. Minima of Cosine Sums and Maxima of Polynomials on the Unit Circle. *J. London Math. Soc.* (2), 26 (1982), 412-420.
- [17] REES, E. and C.J. SMYTH. On the Constant in the Tarry-Escott Problem. In *Cinquante Ans de Polynômes, Fifty Years of Polynomials*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1988.
- [18] SINHA, T.N. On The Tarry-Escott Problem. *M.A.A. Monthly* 73 (1966), 280-285.
- [19] SMYTH, C.J. Ideal 9th-order Multigrades and Letac's Elliptic Curve. *Math. Comp.* 57 (1991), 817-823.
- [20] SUDLER, C., Jr. An Estimate for a Restricted Partition Function. *Quart. J. Math. Oxford* (2), 15 (1964), 1-10.
- [21] WRIGHT, E.M. An Easier Waring's Problem. *J.L.M.S.* 9 (1934), 267-272.
- [22] ——— On Tarry's Problem (I). *Quart. J. Math., Oxford Ser.* 6 (1935), 261-267.
- [23] ——— Prouhet's 1851 Solution of the Tarry-Escott Problem of 1910. *M.A.A. Monthly* 66 (1959), 199-201.
- [24] ——— The Tarry-Escott and the "Easier" Waring Problem. *J. Reine Angew. Math.* 311/312 (1972), 170-173.

(Reçu le 13 octobre 1992)

Peter Borwein and Colin Ingalls

Department of Mathematics and Statistics  
 Simon Fraser University  
 Burnaby, British Columbia  
 Canada V5A 1S6

**vide-leer-empty**