

# Sommaire

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **41 (1995)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

STRUCTURE CONFORME AU BORD  
ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN  $CAT(-1)$ -ESPACE

par Marc BOURDON

RÉSUMÉ. Soit  $X$  un  $CAT(-1)$ -espace. On montre que son bord admet une structure conforme canonique invariante par les isométries de  $X$ . Soit maintenant un groupe hyperbolique agissant sur  $X$  par isométries, de manière quasi-convexe. On étudie la structure conforme de son ensemble limite en liaison avec le flot géodésique.

ABSTRACT. Let  $X$  be a  $CAT(-1)$ -space. We show that its boundary admits a canonical conformal structure, invariant by the isometries of  $X$ . Now let  $\Gamma$  be a hyperbolic group acting on  $X$  by isometries, in a quasi-convex way. We study the conformal structure of its limit set linked with the geodesic flow.

SOMMAIRE

INTRODUCTION .....	64
1. PRÉLIMINAIRES .....	65
1.1. Généralités sur les espaces métriques .....	65
1.2. Espaces hyperboliques géodésiques .....	67
1.3. $CAT(-b^2)$ -espaces .....	68
1.4. Bord d'un espace hyperbolique .....	69
1.5. Métriques visuelles sur $\partial X$ .....	70
1.6. Action au bord des quasi-isométries .....	72
1.7. Groupes hyperboliques .....	77
1.8. Groupes quasi-convexes .....	78

2. STRUCTURE CONFORME SUR LE BORD D'UN $CAT(-1)$ -ESPACE. ENSEMBLE LIMITE ET FLOT GÉODÉSIQUE ASSOCIÉS À UNE ACTION QUASI-CONVEXE .....	80
2.0. Introduction .....	80
2.1. Fonctions de Busemann .....	82
2.2. Distances horosphériques .....	82
2.3. Horosphères .....	82
2.4. Produits de Gromov de deux éléments de $\partial X$ .....	83
2.5. Une famille de métriques visuelles sur $\partial X$ .....	84
2.6. Structure conforme sur $\partial X$ .....	89
2.7. Mesures conformes sur l'ensemble limite d'un groupe quasi-convexe .....	92
2.8. Flot géodésique associé à une action quasi-convexe .....	93
2.9. Le paramétrage de Hopf de $(\mathcal{E}, \Phi_T)$ .....	95
2.10. Mesure d'entropie maximale .....	96
2.11. Preuve du théorème 2.0.1 .....	97
RÉFÉRENCES .....	101

## INTRODUCTION

On étudie ici les actions isométriques quasi-convexes d'un groupe hyperbolique au sens de M. Gromov, sur les  $CAT(-1)$ -espaces. Ces espaces, qui remontent à Aleksandrov, connaissent depuis quelque temps déjà un regain d'intérêt sous l'impulsion de M. Gromov. Ils forment une vaste généralisation des variétés riemanniennes simplement connexes à courbure inférieure à  $-1$ , les exemples les plus fameux étant les polyèdres hyperboliques de M. Gromov. Nous nous intéressons plus particulièrement au flot géodésique associé à une action quasi-convexe sur un tel espace, et à l'action du groupe sur son ensemble limite. Le principal résultat est le suivant :

Comme tout espace hyperbolique, un  $CAT(-1)$ -espace  $X$  admet un bord, lui-même muni d'une structure quasi-conforme canonique (un invariant de quasi-isométrie de  $X$ ). La propriété  $CAT(-1)$  permet d'affiner cette structure : nous construisons sur  $\partial X$  une structure conforme canonique compatible avec sa structure quasi-conforme et invariante par les isométries de  $X$ . Elle est décrite par une famille de métriques visuelles deux à deux conformes que nous construisons à partir des fonctions de Busemann.

Soit maintenant une action isométrique quasi-convexe d'un groupe hyperbolique  $\Gamma$  sur un  $CAT(-1)$ -espace  $X$ . On sait que l'ensemble limite