

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 41 (1995)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: STRUCTURE CONFORME AU BORD ET FLOT GÉODÉSIQUE D'UN
CAT(- 1)-ESPACE
Autor: Bourdon, Marc
Kapitel: 2.9. Le paramétrage de Hopf de E, Φ_T
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-61817>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 14.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

$$(2.8.5) \quad \begin{aligned} W^{ss}(\gamma) &= \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(0) \in H_{\gamma(0), \gamma(+\infty)}, \eta(+\infty) = \gamma(+\infty)\} \\ W^{uu}(\gamma) &= \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(0) \in H_{\gamma(0), \gamma(-\infty)}, \eta(-\infty) = \gamma(-\infty)\}. \end{aligned}$$

Observons qu'ils sont canoniquement homéomorphes à Λ privé d'un point. On définit les sous-ensembles fortement stables et instables de (\mathcal{E}, Φ_T) par:

2.8.6. DÉFINITION. Soit π la projection de $G\Lambda$ sur \mathcal{E} , alors:

$$\begin{aligned} W^{ss}(\pi(\gamma)) &= \pi(W^{ss}(\gamma)) \\ W^{uu}(\pi(\gamma)) &= \pi(W^{uu}(\gamma)). \end{aligned}$$

Le sous-ensemble faiblement stable (resp. instable) de $G\Lambda$ en γ , est la réunion des sous-ensembles fortement stables (resp. instables), le long de l'orbite de γ sous Φ_T . En d'autres termes:

$$\begin{aligned} W^s(\gamma) &= \bigcup_{T \in \mathbf{R}} W^{ss}(\Phi_T(\gamma)) = \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(+\infty) = \gamma(+\infty)\} \\ W^u(\gamma) &= \bigcup_{T \in \mathbf{R}} W^{uu}(\Phi_T(\gamma)) = \{\eta \in G\Lambda \mid \eta(-\infty) = \gamma(-\infty)\}. \end{aligned}$$

De même, sont définis les sous-ensembles faiblement stables et instables de \mathcal{E} . D'après la définition 2.8.6, ils sont correspondance avec ceux de $G\Lambda$, via la projection de $G\Lambda$ sur \mathcal{E} .

2.9. LE PARAMÉTRAGE DE HOPF DE (\mathcal{E}, Φ_T)

Choisissons une origine x dans X . Soit Δ la diagonale de $\Lambda \times \Lambda$. On définit une application de $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$ dans $G\Lambda$, de la manière suivante: à

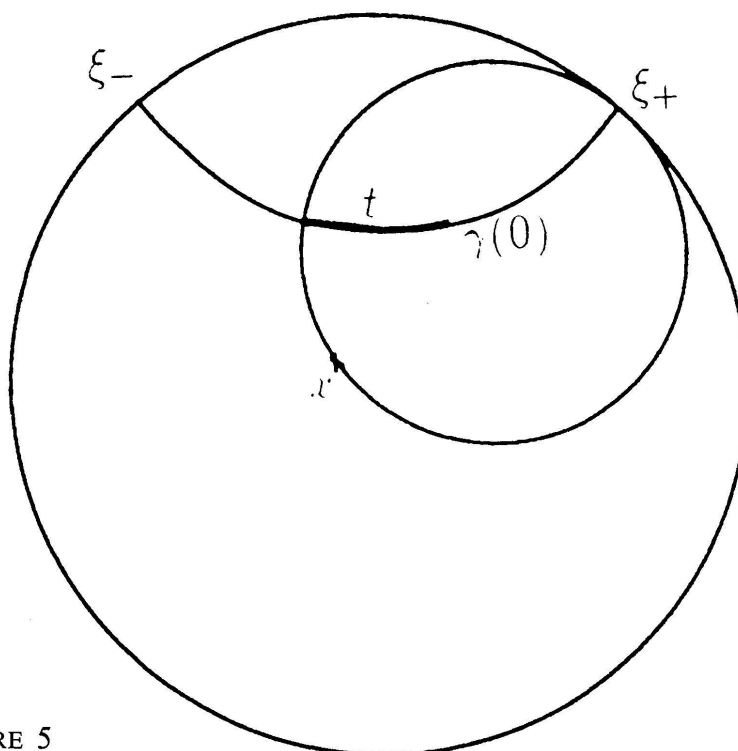


FIGURE 5

l'élément (ξ_-, ξ_+, t) de $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$, associons l'unique élément γ de $G\Lambda$ vérifiant (voir figure 5):

$$(2.9.1) \quad \gamma(-\infty) = \xi_-, \gamma(+\infty) = \xi_+, B_{\xi_+}(x, \gamma(0)) = t.$$

Le lecteur vérifiera aisément que l'application ainsi définie est un homéomorphisme. Notons que dans ces coordonnées Φ_T s'écrit:

$$(2.9.2) \quad \Phi_T(\xi_-, \xi_+, t) = (\xi_-, \xi_+, t + T).$$

Notons également que les sous-ensembles fortement stables du flot ont pour coordonnées (voir 2.8.5):

$$(2.9.3) \quad \{(\xi_-, \xi_+, t), \xi_- \in \Lambda - \{\xi_+\}\}.$$

Par ailleurs, en coordonnées l'action de Γ s'écrit:

$$(2.9.4) \quad g(\xi_-, \xi_+, t) = (g\xi_-, g\xi_+, t - B_{\xi_+}(x, g^{-1}x)).$$

Aussi, on obtient un homéomorphisme:

$$(2.9.5) \quad (\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R} / \sim \rightarrow \mathcal{E}$$

en définissant la relation d'équivalence suivante sur $(\Lambda \times \Lambda - \Delta) \times \mathbf{R}$:

$$(\xi_-, \xi_+, t) \sim (\xi'_-, \xi'_+, t')$$

si et seulement si, il existe $g \in \Gamma$ tel que:

$$\xi'_- = g\xi_-, \xi'_+ = g\xi_+, t' = t - B_{\xi_+}(x, g^{-1}x).$$

2.10. MESURE D'ENTROPIE MAXIMALE

On rappelle ici une construction de la mesure d'entropie maximale du flot géodésique, due à D. Sullivan ([Su], [Su2]), dans le cas des groupes convexes cocompacts d'isométries de $\mathbf{H}_{\mathbf{R}}^n$, puis généralisée par V. Kaimanovich [K].

Soit x un élément de X , et soit respectivement τ et ν_x la dimension et la mesure de Hausdorff de (Λ, d_x) (voir 2.7). La mesure:

$$(2.10.1) \quad \mu = \frac{\nu_x \times \nu_x}{[d_x(\xi, \xi')]^{2\tau}}$$

est une mesure de Radon sur $\Lambda \times \Lambda - \Delta$. Elle est indépendante de x et Γ -invariante. En effet $\{\nu_x, \nu \in X\}$ est une mesure τ -conforme (voir 2.7.4), de plus d'après 2.4.2 et 2.7.1:

$$d_y(\xi, \xi') = d_x(\xi, \xi') [p(x, y, \xi) p(x, y, \xi')]^{1/2}.$$