

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **41 (1995)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Now consider the restrictions of $\tilde{f}(x)$ to all $(p+2)$ -generation bands in D_L and D_R , and use the translation properties for G and its derivative g . Then by applying Lemma 2 with $\|g\| = 2^{-2^{p+2}}$, $d > 2^{-2^{p+1}-(p+2)}$, $m(I) = 2^{-n}$ we obtain

$$(23) \quad \mu(D_L \cap Q) + \mu(D_R \cap Q) \leq \left(1 + \text{int} \frac{2^{-n}}{2^{-2^{p+1}-(p+2)}}\right) \cdot 2^{-2^{p+2}}.$$

The number of bands from the $(p+1)$ generation contained in D_0 are $2^{-n}/2^{-2^{p+1}}$, and, since $2^p < n$ by (18), we have, for $\alpha < 2$,

$$(24) \quad \begin{aligned} \mu(Q) = \mu(B_0 \cap Q) &\leq \frac{2^{-n}}{2^{-2^{p+1}}} \cdot \left(1 + \text{int} \frac{2^{-n}}{2^{-2^{p+1}-(p+2)}}\right) \cdot 2^{-2^{p+2}} \\ &\leq 2^{-n} \cdot 2^{-2^{p+1}} + 2^{-2n+p+2} \leq (2^{-n})^2 \cdot (1 + 2^{p+2}) \\ &\leq (2^{-n})^2 (1 + 4n) \leq (2^{-n})^\alpha = |Q|^\alpha \end{aligned}$$

if $1 + 4n \leq 2^{n(2-\alpha)}$.

The Mass Distribution Principle now gives (17) and the proof is complete.

Remark. The nowhere-differentiability of the constructed function f is omitted in the statement of the Theorem. However this property can be established by minor changes to the proof in [RHA] or the proof of Theorem 2-9 in [D-W]. The continuity of $f(x)$ follows from uniform convergence of the series (4).

REFERENCES

- [B-U] BESICOVICH, A.S. and H.D. URSELL. Sets of fractional dimensions, V: On dimensional numbers of some continuous curves. *Journal of the London Mathematical Society* 12 (1937), 18-25.
- [D-W] DELIU, A. and P. WINGREN. The Takagi operator, Bernoulli sequences, smoothness conditions and fractal curves. *Proc. Amer. Math. Soc.* 121 (1994), 871-881.
- [FAL1] FALCONER, K.J. *The Geometry of Fractal Sets*. Cambridge Tracts in Math. 85, Cambridge Univ. Press, 1985.
- [FAL2] ——— Dimensions — their determination and properties. *Fractal Geometry and Analysis*. (Jacques Belair and Serge Dubuc, editors), Kluwer, 1991, 221-254.
- [HAV] HAVIN, V.P. St. Petersburg University, Russia, personal communication.
- [M-W] MAULDIN, R.D. and S.C. WILLIAMS. On the Hausdorff dimension of some graphs. *Trans. Amer. Math. Soc.* 298 (1986), 793-803.
- [P-U] PRZYTYCKI, F. and M. URBANSKI. On the Hausdorff Dimension of some fractal sets. *Studia Mathematica* XCIII (1989), 155-186.

- [RHA] de RHAM, G. Sur un exemple de fonction continue sans dérivée. *L'Enseignement Mathématique* 3 (1957), 71-72.
- [TAK] TAKAGI, T. A simple example of a continuous function without derivative. *Proc. Phys. Math. Soc. Japan* 1 (1903), 176-177.
- [WAE] van der WAERDEN, B.L. Ein einfaches Beispiel einer nicht-differenzierbaren stetigen Funktion. *Math. Z.* 32 (1930), 474-475.

(Reçu le 22 février 1994)

Peter Wingren

Umeå University
Department of Mathematics
S-901 87 Umeå (Sweden)