

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 41 (1995)  
**Heft:** 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** FORMES QUADRATIQUES DEVENANT ISOTROPES SUR UNE EXTENSION  
**Autor:** Bayer-Fluckiger, Eva  
**Kapitel:** Introduction  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-61819>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 15.02.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## FORMES QUADRATIQUES DEVENANT ISOTROPES SUR UNE EXTENSION

par Eva BAYER-FLUCKIGER

### INTRODUCTION

Soit  $k$  un corps de caractéristique  $\neq 2$ . Soit  $q$  une forme quadratique anisotrope sur  $k$ . Si  $E$  est une extension de  $k$ , on note  $q_E$  la forme quadratique obtenue par extension des scalaires à  $E$ . On dit que  $q$  devient isotrope sur  $E$  si la forme  $q_E$  est isotrope.

Soit  $k[X_1, \dots, X_m]$  l'anneau des polynômes à  $m$  variables sur  $k$ . Soit  $f \in k[X_1, \dots, X_m]$  un polynôme irréductible, et notons  $k(f)$  le corps des fractions de  $k[X_1, \dots, X_m]/(f)$ . Le but de cette note est de présenter un critère nécessaire et suffisant pour que  $q$  devienne isotrope sur  $k(f)$ , et d'en donner quelques applications. Sous une forme légèrement différente, ce critère avait été obtenu par Witt [9].

Je remercie T. Y. Lam, A. Merkurjev, A. Pfister et J.-P. Tignol pour leurs remarques sur des versions précédentes de ce travail.

### 1. RAPPELS ET NOTATIONS (voir [4] ou [7])

Toutes les formes quadratiques considérées sont supposées *non dégénérées*. Pour  $a_1, \dots, a_n \in k^*$ , on note  $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$  la forme quadratique  $a_1 X_1^2 + \dots + a_n X_n^2$ . On dit qu'une forme quadratique  $q: V \rightarrow K$  est *isotrope* s'il existe  $x \in V$ ,  $x \neq 0$ , tel que  $q(x) = 0$ . Sinon, on dit qu'elle est anisotrope. Par exemple, le *plan hyperbolique*  $H = \langle 1, -1 \rangle$  est isotrope.

Si  $q'$  et  $q''$  sont deux formes quadratiques, on note  $q' \oplus q''$  leur somme orthogonale. On dit que la forme quadratique  $q$  *contient*  $q'$  s'il existe une forme quadratique  $q''$  telle que  $q \simeq q' \oplus q''$ .

Si  $q$  est isotrope, alors  $q$  contient au moins un plan hyperbolique. On dit que  $q$  est une *forme hyperbolique* (ou forme neutre) si  $q$  est une somme orthogonale de plans hyperboliques.