Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 41 (1995)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: FORMES QUADRATIQUES DEVENANT ISOTROPES SUR UNE EXTENSION

Autor: Bayer-Fluckiger, Eva

Kapitel: Introduction

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61819

L'Enseignement Mathématique, t. 41 (1995), p. 111-122

FORMES QUADRATIQUES DEVENANT ISOTROPES SUR UNE EXTENSION

par Eva BAYER-FLUCKIGER

INTRODUCTION

Soit k un corps de caractéristique $\neq 2$. Soit q une forme quadratique anisotrope sur k. Si E est une extension de k, on note q_E la forme quadratique obtenue par extension des scalaires à E. On dit que q *devient isotrope* sur E si la forme q_E est isotrope.

Soit $k[X_1, \ldots, X_m]$ l'anneau des polynômes à m variables sur k. Soit $f \in k[X_1, \ldots, X_m]$ un polynôme irréductible, et notons $k(f)$ le corps des fractions de $k[X_1, \ldots, X_m]/(f)$. Le but de cette note est de présenter un critère nécessaire et suffisant pour que q devienne isotrope sur $k(f)$, et d'en donner quelques applications. Sous une forme légèrement différente, ce critère avait été obtenu par Witt [9].

Je remercie T.Y. Lam, A. Merkurjev, A. Pfister et J.-P. Tignol pour leurs remarques sur des versions précédentes de ce travail.

1. RAPPELS ET NOTATIONS (voir [4] ou [7])

Toutes les formes quadratiques considérées sont supposées *non dégénérées*. Pour $a_1, \ldots, a_n \in k^*$, on note $<a_1, \ldots, a_n>$ la forme quadratique $a_1 X_1^2 + \ldots + a_n X_n^2$. On dit qu'une forme quadratique $q: V \to K$ est *isotrope* s'il existe $x \in V$, $x \neq 0$, tel que $q(x) = 0$. Sinon, on dit qu'elle est anisotrope. Par exemple, le *plan hyperbolique* $H = <1, -1>$ est isotrope.

Si q' et q'' sont deux formes quadratiques, on note $q' \oplus q''$ leur somme orthogonale. On dit que la forme quadratique q *contient* q' s'il existe une forme quadratique q'' telle que $q \simeq q' \oplus q''$.

Si q est isotrope, alors q contient au moins un plan hyperbolique. On dit que q est une *forme hyperbolique* (ou forme neutre) si q est une somme orthogonale de plans hyperboliques.