Finalement, remarquons que le cas des corps de nombres totalement imaginaires est beaucoup plus simple :

PROPOSITION. *Soit* k *un corps de nombres totalement imaginaire. Alors*

$$p'(k(X_1, \ldots, X_m)) = 2, 3 \quad ou \quad 5 \,,$$

quel que soit $m \geqslant 1$.

En effet, si k est totalement imaginaire, alors $s(k) = 1, 2$ ou 4 (voir par exemple [4], chap. XI). Comme tout élément d'un corps de caractéristique différente de 2 peut s'écrire comme différence de deux carrés, on a $p(k(X_1, \ldots, X_m)) \leqslant 5$, quel que soit m. Le lemme suivant montre que si $p(k(X_1, \ldots, X_m)) = 4$, alors $p'(k(X_1, \ldots, X_m)) \leqslant 3$. Ceci démontre la proposition.

LEMME. *Soit* F *un corps de caractéristique différente de* 2. *Alors*

$$D_F(4) \subset D_F(3) \,.\, D_F(3) \subset \langle D_F(3) \rangle \,.$$

Soit $H = (-1, -1)$ l'algèbre de quaternions de Hamilton sur F. Soit H' le sous-groupe additif des quaternions purs de H. Notons N la norme réduite. Alors $N(H) = D_F(4)$, $N(H') = D_F(3)$. Pour démontrer le lemme, il suffit donc de vérifier que pour tout $a \in H$, il existe $b \in H'$ tel que $ab \in H'$. Mais cette condition consiste en une équation linéaire en trois variables, laquelle a toujours une solution.

BIBLIOGRAPHIE

[1] COLLIOT-THÉLÈNE, J.-L. et U. JANNSEN. Sommes de carrés dans les corps de fonctions. *C. R. Acad. Sci. Paris 312* (1991), 759-762.

[2] GILLE, Ph. R-équivalence et principe de norme en cohomologie galoisienne. *C. R. Acad. Sci. Paris 316* (1993), 315-320.

[3] KNEBUSCH, M. Specialization of quadratic and symmetric bilinear forms, and a norm theorem. *Acta Arithmetica 24* (1973), 279-299.

[4] LAM, T.Y. *Algebraic Theory of Quadratic Forms.* Benjamin (1973).

[5] MERKURJEV, A. Norm principle for algebraic groups. *Journal Algebra and Analysis,* à paraître.

[6] —— R-equivalence on adjoint classical groups. Notes manuscrites, octobre 1993.

[7] SCHARLAU, W. *Quadratic and Hermitian Forms.* Grundlehren Math. Wiss 270, Springer-Verlag (1985).

[8] SPRINGER, T. Sur les formes quadratiques d'indice zéro. *C. R. Acad. Sci. Paris 234* (1952), 1517-1519.

[9] WITT, E. Verschiedene Bemerkungen zur Theorie der quadratischen Formen über einem Körper. *Colloque d'Algèbre Supérieure, Bruxelles* (1956), 245-250.

[10] —— Die Sätze von Artin-Springer und Knebusch. *Collected Papers.* Springer-Verlag (à paraître).

(Reçu le 18 avril 1994)

Eva Bayer-Fluckiger

U.R.A. 741 du CNRS
Laboratoire de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université de Franche-Comté
16, route de Gray
25030 Besançon
France
e-mail: bayer@grenet.fr