Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique

Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique

Band: 41 (1995)

Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UN THÉORÈME DE RIGIDITÉ POUR LES SURFACES MINIMALES DE E^3

Autor: Burlet, Oscar / Haab, François

Bibliographie

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61823

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Siehe Rechtliche Hinweise.

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. Voir Informations légales.

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. See Legal notice.

Download PDF: 15.02.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Comme f et f^* sont des immersions isométriques nous avons $I_p = I_p^*$ et $K = K^*$, et comme $G = G^*$ nous avons aussi $III_p = III_p^*$ pour tout $p \in M$. Les endomorphismes $A_p = T_p G \circ (T_p f)^{-1}$ et $A_p^* = T_p G^* \circ (T_p f^*)^{-1}$ sont auto-adjoints et sont donc représentés par des matrices symétriques dans une base orthonormée de $G(p)^{\perp}$. Nous pouvons écrire $A_p^* \circ R_p = A_p$ où $R_p = T_p f^* \circ (T_p f)^{-1}$ est une rotation, vu que f et f^* sont des isométries avec même application de Gauss. Soit θ_p son angle de rotation avec $-\pi < \theta_p \leqslant \pi$. Par symétrie de A et A^* nous avons

$$\operatorname{Tr}(A^* R) = \operatorname{Tr} A^* \cos\theta = \operatorname{Tr} A \quad \text{et} \quad \operatorname{Tr}(AR^{-1}) = \operatorname{Tr} A \, cos \theta = \operatorname{Tr} A^*$$

D'où les formules

$$H^* \cos\theta = H \quad \text{et} \quad H \cos\theta = H^*$$

Nous en déduisons que $H^* = \cos^2(\theta) H^*$ et $H = \cos^2(\theta) H$, et avec nos hypothèses, H ou H^* non nuls en chaque point, nous pouvons conclure que $\theta_p = 0$ ou $\theta_p = \pi$, pour tout p. Par connexité de M la fonction $p \mapsto \theta_p$ est constante, égale à 0 ou π. En remplaçant éventuellement f^* par $-f^*$, ce qui ne change pas la classe de congruence de f^*, nous pouvons supposer $\theta_p = 0$ pour tout p. Ainsi $H = H^*$. Alors les identités entre les formes fondamentales et le fait que H soit partout non nulle, impliquent l'égalité des deuxièmes formes fondamentales $II = II^*$. Tenant compte du fait que $G = G^*$, la théorie locale des surfaces montre alors que $f^* = \tau \circ f$ où τ est une translation de E^3. En fait l'application $p \mapsto (f^*(p) - f(p))$ est localement constante donc constante par connexité de M. En d'autres termes f est congruente à f^*. □

BIBLIOGRAPHIE

[1] ALEXANDROFF, A. Über eine Klasse geschlossener Flächen. *Recueil Math.* (devenu *Math. Sbornik 4* (1938), 69-77.

[2] DO CARMO, M.P. *Differential geometry of curves and surfaces.* Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1976.

[3] CHOI, H.I., W.H. MEEKS and B. WHITE. A rigidity theorem for properly embedded minimal surfaces in $\mathbf{R}^3$. *J. Differential geometry, 32* (1990), 65-76.

[4] COHN-VOSSEN, S. Zwei Sätze über die Starrheit der Eiflächen. *Nachrichten Ges. Wiss. Göttingen,* 1927, 125-134.

[5] COLLIN, P. Topologie et courbure des surfaces minimales de $\mathbf{R}^3$. Preprint 124 ENS Lyon 1994.

[6] CONNELLY, R. *Rigidity.* Handbook of Convex Geometry, Vol. A, North-Holland, Amsterdam 1993, pp. 223-271.

[7] DARBOUX, G. *Leçons sur la théorie générale des surfaces, vol. 2.* Gauthier-Villars, Paris, 2e édition 1914; Chelsea, New York, 3e édition, 1972.

[8] DIERKES, U., S. HILDEBRANDT, A. KÜSTER and O. WOHLRAB, *Minimal surfaces I.* Springer Verlag, Berlin, 1992.

[9] DE OLIVEIRA, E.G.G. Some new examples of nonorientable minimal surfaces. *Proc. of A.M.S. 98, 4* (1986), 629-636.

[10] OSSERMANN, R. *A survey of minimal surfaces.* Dover Publ., New York, 2nd edition 1986.

[11] SCHOEN, R. Uniqueness, symetry, and embeddedness of minimal surfaces, *J. Differential Geometry 18* (1983), 791-809.

[12] TOUBIANA, E. Surfaces minimales non orientables de genre quelconque. *Bull. Soc. Math. France 121* (1993), 183-195.

[13] WEINER, J. Closed curves of constant torsion II. *Proc. Amer. Math. Soc. 67* (1977), 306-308.

(Reçu le 16 juillet 1994)

Oscar Burlet

Institut de mathématiques
UNIL
1015 Lausanne
Suisse

François Haab

Departamento de matemática
ICEx, UFMG
31270-901 Belo Horizonte
MG
Brésil