

Objekttyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

where the maps α, β, γ and δ are induced by inclusion. In order for γ to be a well defined homomorphism it is necessary to check that the relation $w^{-1}hw = h^\phi, h \in H$ is a consequence of the relations $t^{-1}ht = h^\phi, [a, t^{-1}w] = 1, [t, w] = 1, h \in H, a \in A$. But this follows because $w^{-1}hw = w^{-1}tt^{-1}htt^{-1}w = w^{-1}th^\phi t^{-1}w = h^\phi$. Now α is injective because A' is an HNN extension of A (see [DD, p. 33] or [Se, p. 9]) and β is injective because of theorem 6.1. So δ is injective and this proves the theorem. \square

THEOREM 6.3. *Let*

$$(*) \quad u_i(t) = 1, i \in I$$

*be a set of equations over the group A where the exponent sum of t in each $u_i(t)$ is zero. Suppose $w = w(t) \in A * \langle t \rangle - A$ and the factors of w are all torsion free. Then the set of equations*

$$(**) \quad u_i(w(t)) = 1, i \in I$$

has a solution over A if and only if the set () has a solution over A .*

Proof. Let $w(t) = at$ where $a \in A$ has infinite order. Then a solution x for $u_i(w(t)) = 1$ defines a solution at for (*).

Conversely suppose $x \in A'$ is a solution of the set of equations $\{u_i(t) = 1 \mid i \in I\}$. Let G be the subgroup of A' generated by

$$\{x^{-n}ax^n \mid a \in A, n \in \mathbf{Z}\}.$$

Then A is a subgroup of G and G is a subgroup of

$$H = \langle G, t \mid w^{-1}gw = g^\phi, g \in G \rangle$$

where $g^\phi = x^{-1}gx$ by theorem 6.2. Because of the exponent sum condition $u_i(w) = 1, i \in I$. \square

REFERENCES

- [BRS] BUONCHRISTIANO, S., B. J. SANDERSON and C. P. ROURKE. *A geometric approach to homology theory, VII: the geometry of CW complexes*. London Maths. Soc. Lecture Note Series 18, 131-149, C.U.P. (1976).
- [DD] DICKS, W. and M. DUNWOODY. *Groups acting on Graphs*. Cambridge Studies in Advanced Maths. 17, C.U.P. (1983).
- [EH] EDJVET, M. and J. HOWIE. The solution of length four equations over groups. *Trans. Amer. Math. Soc.* 326 (1991), 345-369.
- [F] FENN, R. A. *Techniques of Geometric Topology*. London Maths. Soc. Lecture Note Series 57, C.U.P. (1983).

- [GR] GERSTENHABER, M. and O.S. ROTH AUS. The Solution of Sets of Equations in Groups. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* 48 (1962), 1531-1533.
- [H₁] HOWIE, J. The solutions of length three equations over groups. *Proc. Edinburgh Maths. Soc.* 26 (1983), 89-96.
- [H₂] — On pairs of 2-complexes and systems of equations over groups. *J. Reine. Angew. Math.* 324 (1981), 165-174.
- [Ke] KERVAIRE, M. On higher dimensional knots. *Differential and combinatorial topology — a symposium in honour of Marston Morse*. Princeton Math. Series 27 (1965).
- [Kl] KLYACHKO, A. Funny property of sphere and equations over groups. *Comm. in Alg.* 21 (7) (1993), 2555-2575.
- [L] LEVIN, F. Solutions of equations over groups. *Bull. Amer. Math. Soc.* 68 (1962), 603-604.
- [MKS] MAGNUS, W., A. KARRAS and D. SOLITAR. *Combinatorial Group Theory*. Interscience (1966).
- [N] NEUMANN, B.H. Adjunction of elements to groups. *J. London Math. Soc.* 18 (1943), 4-11.
- [Ro] ROTH AUS, O.S. On the non-triviality of some group extensions given by generators and relations. *Ann. of Math. (2)* 106 (1977), 599-612.
- [R₁] ROURKE, C.P. Presentations and the trivial group. Proceedings of the 1977 Sussex Topology Conference, Springer lecture notes, 722, 134-143.
- [R₂] — On dunce hats and the Kervaire conjecture. Papers presented to Christopher Zeeman, University of Warwick, 221-230 (1988).
- [Se] SERRE, J.-P. *Trees*. Springer Verlag (1980).
- [Sh] SHORT, H. Topological Methods in Group Theory: the Adjunction problem. Ph.D. thesis Warwick University (1979).

(Reçu le 26 juin 1995)

Roger Fenn

Department of Mathematics
Sussex University
Falmer, Brighton BN1 9QH
England

Colin Rourke

Mathematics Institute
University of Warwick
Coventry CV4 7AL
England