

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

CENTRALISERS IN THE BRAID GROUP AND SINGULAR BRAID MONOID

by Roger FENN, Dale ROLFSEN and Jun ZHU¹⁾

ABSTRACT. The centre of the braid group B_n is well-known to be infinite cyclic and generated by a twist braid. In this paper we consider the centraliser of certain important subgroups, and in particular we characterise the elements of B_n which commute with one of the usual generators σ_j . This characterisation is generalised to the monoid of singular braids SB_n , recently introduced (independently) by J. Baez and J. Birman. We determine the singular braids which commute with σ_j , or with a singular generator τ_j ; in fact we show these submonoids are the same.

We establish that the centraliser in B_n of σ_j is isomorphic to the cartesian product of two groups: the group of $(n-1)$ -braids whose permutations stabilise j and the group of integers. More generally, we show that the centraliser of the naturally-included braid subgroup $B_r \subset B_n$ likewise splits as a direct product, and we give an explicit presentation for this centraliser. We also describe the centralisers of $SB_r \subset SB_n$.

As another application we consider a conjecture of J. Birman regarding the injectivity of a map, related to Vassiliev theory, $\eta: SB_n \rightarrow \mathbf{Z}B_n$ from the singular braid monoid to the group ring of the braid group. We see that the question is related to the centraliser problem and prove the injectivity of η for braids with up to two singularities.

1. INTRODUCTION AND BASIC DEFINITIONS

The braid group B_n , for an integer $n \geq 2$, may be considered abstractly as the group with generators $\sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}$ and relations

$$\begin{aligned} \sigma_j \sigma_k &= \sigma_k \sigma_j & \text{if } |j - k| > 1, \\ \sigma_j \sigma_k \sigma_j &= \sigma_k \sigma_j \sigma_k & \text{if } |j - k| = 1. \end{aligned}$$

There are equivalent geometric descriptions of braids as strings in space, as automorphisms of a free group F_n , as the fundamental group of a configuration space, or as homeomorphisms of an n -punctured plane (see below), which explains the importance of the braid groups in many

¹⁾ The authors gratefully acknowledge support from NATO grant 880769 and Canadian NSERC grant 88086.