

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **42 (1996)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$1 < m_0 < n_0$  avec  $(m_0, n_0) = 1$ ,  $f(m_0 n_0) \neq f(m_0) + f(n_0)$   
 $f(ln) = f(l) + f(n)$  pour tout  $n$  et  $l$  ( $1 \leq l < m_0$ ),  $(l, n) = 1$   
 $f(m_0 r) = f(m_0) + f(r)$  pour tout  $r$ ,  $1 \leq r < n_0$  et  $(m_0, r) = 1$ .

D'autre part, puisque tout diviseur de  $m_0 n_0$  est le produit de deux entiers relativement premiers, l'un divisant  $m_0$  et l'autre divisant  $n_0$ , et qu'en plus  $\check{f}_A \in \mathcal{A}$  (avec  $(U *_A g)(n) \neq 0, \forall n \geq 1$ ), il suit que

$$(Uf *_A g)(m_0 n_0) = (Uf *_A g)(m_0)(U *_A g)(n_0) \\ + (Uf *_A g)(n_0)(U *_A g)(m_0),$$

soit l'égalité

$$\sum_{\substack{d_1 | n_0, d_1 \in An_0 \\ d_2 | m_0, d_2 \in Am_0}} U(d_1 d_2) f(d_1 d_2) g\left(\frac{m_0 n_0}{d_1 d_2}\right) \\ = \sum_{\substack{d_1 | n_0, d_1 \in An_0 \\ d_2 | m_0, d_2 \in Am_0}} U(d_1) U(d_2) (f(d_1) + f(d_2)) g\left(\frac{m_0 n_0}{d_1 d_2}\right),$$

qui peut également s'écrire

$$\sum_{\substack{d_1 | n_0, d_1 \in An_0 \\ d_2 | m_0, d_2 \in Am_0}} U(d_1 d_2) (f(d_1 d_2) - f(d_1) - f(d_2)) g\left(\frac{m_0 n_0}{d_1 d_2}\right) = 0.$$

Mais tous les termes de cette somme sont nuls sauf lorsque  $d_1 = n_0$  et  $d_2 = m_0$ . Il suit que  $U(m_0 n_0) (f(m_0 n_0) - f(n_0) - f(m_0)) = 0$ , i.e.  $f(m_0 n_0) = f(m_0) + f(n_0)$ , ce qui contredit le choix minimal de  $m_0$ . D'où l'additivité de  $f$ . La démonstration du cas où  $f \in \mathcal{M}$  se fait de manière analogue.

REMARQUE. Pour déduire la réciproque du théorème 2.2 dans le cas de  $\bar{f}$  et celui de  $\tilde{f}$ , en utilisant le théorème 5.5, il faut poser  $U = g \equiv 1$ : on obtient alors successivement  $\check{f}_A = \bar{f}$  en substituant  $*$  à  $*_A$  et  $\check{f}_A = \tilde{f}$ , en substituant  $*_u$  à  $*_A$ .

#### RÉFÉRENCES

- [1] APOSTOL, T.M. *Introduction to Analytic Number Theory*. Springer-Verlag (New York), 1976.
- [2] BINGHAM, N.H., C.M. GOLDIE and J.L. TEUGELS. *Regular Variation*. Encyclopedia of mathematics and its applications (27), Cambridge University Press, 1989.

- [3] DE KONINCK, J. M. et A. MERCIER. Les fonctions arithmétiques et le plus grand facteur premier. *Acta Arith.* 52 (1989), 25-48.
- [4] DUNCAN, R. L. Note on the divisors of a number. *Amer. Math. Monthly* 68 (1961), 356-359.
- [5] MCCARTHY, P. J. *Introduction to Arithmetical Functions*. Springer-Verlag (New York), 1986.
- [6] NARKIEWICZ, W. On a class of arithmetical convolutions. *Colloq. Math.* 10 (1963), 81-94.
- [7] SENETA, E. *Regularly varying functions*. Lecture Notes in Mathematics 508, Springer Verlag, 1976.
- [8] SUBBARAO, M. V. On some arithmetic convolutions. Lecture Notes in Mathematics 251, 247-271, Springer-Verlag, 1972.

(Reçu le 17 novembre 1994; version révisée reçue le 20 juillet 1995.)

Jean-Marie De Koninck  
Jacques Grah

Département de mathématiques et de statistique  
Université Laval  
Québec G1K 7P4  
Canada

**Vide-leer-empty**