

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **43 (1997)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

**THEOREM 8.** *Let  $X$  be a Kählerian threefold and  $h \in H^2(X, \mathbf{R})$  be a Kähler class. Then the map*

$$\begin{aligned} \langle \cdot, \cdot \rangle: \quad H^2(X, \mathbf{R}) \times H^2(X, \mathbf{R}) &\longrightarrow \mathbf{R} \\ (a, b) &\longmapsto a \cup b \cup h \end{aligned}$$

*is a non-degenerate, symmetric bilinear form of signature  $(2h^{2,0} + 1, h^{1,1} - 1)$ .*

One can restate this theorem in such a form as to obtain – at least in theory – some explicit inequalities in the coefficients of cubic polynomials which are satisfied by the cup forms of Kählerian and hence projective algebraic threefolds. The main result of [Sch2] is

**THEOREM 9.** *For  $n \geq 4$ , the polynomial*

$$x_0 \left( \frac{4-n}{4} x_0^2 - 3x_1^2 - \dots - 3x_n^2 \right)$$

*cannot occur as the (real) cup form of a projective algebraic threefold with  $b_1 = 0$  and  $b_3 = 0$ .*

As a corollary, one obtains the following generalization of a result of Campana and Peternell [CP]:

**THEOREM 10.** *For  $n \geq 4$ , twistor spaces over  $\#_{i=1}^n \mathbf{P}_2$  are not homeomorphic to projective algebraic threefolds.*

#### REFERENCES

- [AGV] ARNOLD, V.I., S.M. GUSEIN-ZADE and A.N. VARCHENKO. *Singularities of Differentiable Maps, Vol. I.* Birkhäuser, 1985.
- [BC] BARDELLI, F. and A. DEL CENTINA. Nodal cubic surfaces and the rationality of the moduli space of curves of genus two. *Math. Ann.* 270 (1985), 599–602.
- [Be] BEKLEMISHEV, N.D. Invariants of cubic forms in four variables. *Vestnik Mosk. Univ. Mat.* 37 (1982), 42–9.
- [BW] BRUCE, J.W. and C.T.C. WALL. On the classification of cubic surfaces. *J. London Math. Soc. (2)* 19 (1979), 245–56.
- [CP] CAMPANA, F. and T. PETERNELL. Rigidity of Fano 3-folds. *Comm. Anal. Geom.* 2 (1994), 173–201.
- [GH] GRIFFITHS, Ph. and J. HARRIS. *Principles of Algebraic Geometry.* Wiley Interscience, 1978.

- [Ha1] HARTSHORNE, R. Generalized divisors on Gorenstein schemes. *K-Theory* 8 (1995), 287–339.
- [Ha2] — Families of curves in  $\mathbf{P}^3$  and Zeuthen's problem. Preprint, Berkeley.
- [Hi] HILBERT, D. Über die vollen Invariantensysteme. *Math. Ann.* 42 (1893), 313–73.
- [Is] ISHII, S. Moduli space of polarized Del Pezzo surfaces and its compactification. *Tokyo J. Math.* 5 (1982), 289–97.
- [Ju] JUPP, P.E. Classification of certain 6-manifolds. *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 36 (1973), 293–300.
- [La] LAMOTKE, K. The topology of complex projective varieties after S. Lefschetz. *Topology* 20 (1981), 15–51.
- [Ne] NEWSTEAD, P.E. *Introduction to Moduli Problems and Orbit Spaces*. Springer, 1978.
- [OV] OKONEK, Ch. and A. VAN DE VEN. Cubic forms and complex threefolds. *L'Enseignement Math.* 41 (1995), 297–333.
- [Sch1] SCHMITT, A. Zur Topologie dreidimensionaler komplexer Mannigfaltigkeiten. Ph.D. thesis. Zürich, 1995.
- [Sch2] — On the non-existence of Kähler structures on certain closed and oriented 6-manifolds. *J. reine angew. Math.* 479 (1996), 205–216.
- [Sch3] — On the classification of certain 6-manifolds and applications to algebraic geometry. *Topology* 36 (1997), 1291–1315.
- [Se] SEGRE, B. *The Nonsingular Cubic Surfaces*. Oxford at the Clarendon Press, 1942.
- [St] STURMFELS, B. *Algorithms in Invariant Theory*. Springer, 1993.
- [Wa] WALL, C. T. C. Classification problems in differential topology V. On certain 6-manifolds. *Inventiones Math.* 1 (1966), 335–74.

(Reçu le 6 décembre 1996; version révisée reçue le 10 février 1997)

Alexander Schmitt

Universitat de Barcelona  
Facultat de Matemàtiques  
Departament d'Àlgebra i Geometria  
Gran Via de les Corts Catalanes, 585  
E-08007 Barcelona  
Spain  
*e-mail*: schmitt@cerber.mat.ub.es