

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **43 (1997)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **09.08.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

EVEN NON-SPIN MANIFOLDS,  
SPIN<sup>c</sup> STRUCTURES, AND DUALITY

by Daniel ACOSTA and Terry LAWSON

ABSTRACT. This note explores the restrictions on the second Stiefel-Whitney class  $w_2$  of a smooth closed oriented 4-manifold which has an even intersection form but is not spin. The Hom dual of  $w_2$  is shown to be non-integral, whereas the existence of a spin<sup>c</sup> structure means that its Poincaré dual is the reduction of an integral class. We examine this in detail in a simple example  $S^2 \times S^2 / \{\pm 1\}$ .

In [H, p. 23] N. Habegger gives  $M = S^2 \times S^2 / (x, y) \sim (-x, -y)$  as an example of an oriented, non-spin smooth 4-manifold with an even intersection form. In discussing this example in [K, p. 27] R. Kirby seems to be relating it to the (non-)integrality of the second Stiefel-Whitney class  $w_2(M)$ . However, for a closed, oriented, smooth 4-manifold  $X$ , it is always the case that the second Stiefel-Whitney class  $w_2(X)$  is the mod 2 reduction of an integral class. This was first shown by Hirzebruch and Hopf in [HH, p. 169], and is a key step in showing that  $X$  admits a spin<sup>c</sup> structure. Spin<sup>c</sup> structures have recently become very important as they are involved in the Seiberg-Witten invariants, now a major area of study in the topology and geometry of 4-manifolds (see, e.g., [W], [T], [KM]).

In this expository paper we want to explore some of the interesting phenomena at work in this example and describe the characterizing property which  $w_2$  possesses. On the way we shall encounter many important concepts in geometric topology, including Poincaré and Hom duality, the intersection form, even forms, spin structures, spin<sup>c</sup> structures, and characteristic classes. The article is intended for readers who have a background of a year-long graduate course in topology from a text such as Bredon [B].

We start by reviewing some basic definitions. We will assume  $X$  is a compact, oriented smooth 4-manifold. When the coefficient group is not