

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 44 (1998)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** HOMÉOMORPHISMES DYNAMIQUEMENT SIMPLES DE L'ENSEMBLE DE CANTOR  
**Autor:** Levitt, Gilbert  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-63905>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 11.03.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## HOMÉOMORPHISMES DYNAMIQUEMENT SIMPLES DE L'ENSEMBLE DE CANTOR

par Gilbert LEVITT

ABSTRACT. We classify, up to topological conjugacy, self-homeomorphisms  $f$  of a Cantor set  $C$  which are simple in the following sense: the fixed point set  $F$  of  $f$  is finite, non-empty, and the sequence  $f^n$  converges uniformly on compact subsets of  $C \setminus F$ . If the uniformity requirement is dropped, uncountably many different dynamics arise.

We discuss (without proofs) results by Levitt-Lustig about homeomorphisms of  $C$  induced by automorphisms of free groups.

### INTRODUCTION

Les homéomorphismes d'un ensemble de Cantor  $C$  dans lui-même peuvent avoir une dynamique extrêmement riche et compliquée. Nous considérons ici les homéomorphismes  $f: C \rightarrow C$  qui sont *simples*, au sens suivant: l'ensemble  $F$  des points fixes de  $f$  est fini, et la suite  $f^n$  converge uniformément sur tout compact disjoint de  $F$ . On vérifie qu'alors les deux limites  $f^{-\infty}(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f^{-n}(x)$  et  $f^{\infty}(x) = \lim_{n \rightarrow +\infty} f^n(x)$  existent, et appartiennent à  $F$ .

Tout automorphisme  $\alpha$  d'un groupe libre  $F_k$  de rang fini  $k \geq 2$  induit un homéomorphisme  $\partial\alpha$  sur l'ensemble de Cantor  $\partial F_k$  des bouts de  $F_k$ . On renvoie à [7], et à la deuxième partie du présent texte, pour une discussion de la dynamique de  $\partial\alpha$ . Pour "la plupart" des  $\alpha \in \text{Aut} F_k$ , l'homéomorphisme  $\partial\alpha$  a une dynamique Nord-Sud (il est simple, et  $F$  se compose de deux points: une source et un puits). Notre question d'origine était de savoir si toutes ces dynamiques sont conjuguées (topologiquement, ou de manière Hölder).

Notre résultat principal est une classification des homéomorphismes simples, à conjugaison topologique près. Plus généralement, on pourrait classifier de manière analogue les homéomorphismes dont une puissance est simple.