

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 44 (1998)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: UNE INTRODUCTION À LA MÉCANIQUE SEMI-CLASSIQUE
Autor: Colin de Verdière, Yves
Kapitel: 4.4 Le cas de Schrödinger et l'intégrale de Feynman
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-63894>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 07.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

4.4 LE CAS DE SCHRÖDINGER ET L'INTÉGRALE DE FEYNMAN

Voir [27], [13].

Dans le cas de Schrödinger dépendant du temps, on obtient une représentation à la Feynman :

$$p(t, x, y) = \int_{\Omega_{t,x,y}} e^{i \int_0^t \mathcal{L}(\gamma(s), \gamma'(s)) ds / \hbar} d\gamma .$$

Bien sûr, cette intégrale n'a pas de statut mathématique bien solide, contrairement à la mesure de Wiener. On doit comprendre $d\gamma$ comme une mesure de Lebesgue.

5. LE SPECTRE SEMI-CLASSIQUE

5.1 LA FORMULE DE WEYL

Voir [8], [32].

On considère le spectre de l'opérateur de Schrödinger dans \mathbf{R}^n

$$\widehat{H} = -\frac{\hbar^2}{2} \Delta + V - E ,$$

où on suppose $V \in C^\infty$ et $\liminf_{x \rightarrow \infty} V \geq 0$. Alors le spectre négatif de \widehat{H} est discret; on l'écrit :

$$E_1(\hbar) < E_2(\hbar) \leq \dots .$$

Si $E < 0$, on considère le comportement asymptotique semi-classique de

$$N_\hbar(E) = \#\{j \mid E_j(\hbar) \leq E\} .$$

Il se trouve que l'asymptotique de $N_\hbar(E)$ est purement classique

$$N_\hbar(E) \sim \left(\frac{1}{2\pi\hbar}\right)^n \text{vol}(\{P_0(x, \xi) \leq E\}) ,$$

ce qui signifie que chaque état propre *occupe* une région de volume $(2\pi\hbar)^{n/2}$ de l'espace des phases. C'est une des versions de la correspondance entre volume et dimension. Cela permet parfois de déterminer le \hbar effectif d'un problème de type semi-classique.

De nombreux auteurs se sont préoccupés d'obtenir des estimations du reste du type

$$N_\hbar(E) = Ch^{-n}(1 + O(\hbar^\alpha)) .$$