

Zeitschrift: L'Enseignement Mathématique
Herausgeber: Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique
Band: 44 (1998)
Heft: 1-2: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

Artikel: SUR LES STRUCTURES DE CONTACT DU TORE T^2
Autor: Hadjar, Amine
Kurzfassung
DOI: <https://doi.org/10.5169/seals-63898>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

Download PDF: 08.01.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>

SUR LES STRUCTURES DE CONTACT DU TORE \mathbf{T}^5

par Amine HADJAR *)

ABSTRACT. We give an example of a \mathbf{T}^2 -invariant contact form on \mathbf{T}^5 which is transversal to the trivial fibration with circles over \mathbf{T}^4 .

RÉSUMÉ. On donne un exemple de forme de contact sur le tore \mathbf{T}^5 , \mathbf{T}^2 -invariante et transverse à la fibration triviale en cercles au dessus du tore \mathbf{T}^4 .

D'après Y. Eliashberg et W. Thurston (voir [1]), on sait que sur tout fibré principal en cercles $M \rightarrow F$ au dessus d'une surface F de genre non nul, il existe une structure de contact transverse aux fibres¹⁾. Un exemple simple est le champ de plans défini par la forme différentielle $d\theta + \cos \theta d\theta_1 + \sin \theta d\theta_2$ sur le tore \mathbf{T}^3 .

Ces auteurs posent le problème d'existence d'une telle structure en dimensions supérieures, et notamment sur le tore \mathbf{T}^5 fibré trivial au dessus de \mathbf{T}^4 .

Dans cette note, on donne une réponse positive: on montre qu'il existe une forme de contact sur le tore \mathbf{T}^5 qui est non seulement transverse aux fibres de la fibration triviale $\mathbf{T}^5 = S^1 \times \mathbf{T}^4 \rightarrow \mathbf{T}^4$, mais en plus \mathbf{T}^2 -invariante. L'action de \mathbf{T}^2 considérée est celle du deuxième facteur dans $\mathbf{T}^3 \times \mathbf{T}^2$.

1. Le premier exemple de structure de contact sur le tore \mathbf{T}^5 a été donné par R. Lutz (voir [2]). Il s'agit du champ de 4-plans défini par la forme

$$\begin{aligned} \omega_0 = & (\sin \theta \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2) d\theta_3 + (\sin \theta \sin \theta_2 + \sin \theta_1 \cos \theta_2) d\theta_4 \\ & + \sin \theta_1 \cos \theta_1 d\theta - \sin \theta \cos \theta d\theta_1 + \cos \theta \cos \theta_1 d\theta_2, \end{aligned}$$

qui est \mathbf{T}^2 -invariante puisque ses dérivées de Lie par rapport aux champs de vecteurs $\partial/\partial\theta_3$ et $\partial/\partial\theta_4$ sont nulles. Ici θ et les θ_i désignent les 5 coordonnées de \mathbf{R}^5 .

*) Je remercie A. Haefliger pour les discussions fructueuses lors de sa visite à Mulhouse.

¹⁾ Ce problème est dû à E. Giroux.