

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 45 (1999)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** UNE MAJORATION DE LA LONGUEUR DES POLYNÔMES  
CYCLOTOMIQUES  
**Autor:** NICOLAS, Jean-Louis / TERJANIAN, Guy

**Bibliographie**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64451>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 03.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

La vérification de l'irréductibilité sur  $\mathbf{Z}[X]$  du polynôme  $E_m$  défini par (13) se fait sans problème en utilisant la procédure *irreduc* de Maple<sup>®</sup> jusqu'à  $m = 290$ . Ensuite pour les valeurs de  $m$  qui sont des nombres premiers, il y a un manque de mémoire. Nous avons donc séparé le travail en deux. Pour les nombres  $m$  composés, la procédure *irreduc* marche jusqu'à 1000. Pour les nombres  $m$  premiers, nous factorisons  $E_m$  (qui est unitaire) sur  $\mathbf{F}_p[X]$  pour des petits nombres premiers  $p$  jusqu'à trouver une impossibilité à une factorisation dans  $\mathbf{Z}[X]$ . Par exemple, pour  $m = 607$ ,  $E_m$  est de degré 600. Il se factorise modulo 2 en un produit de 6 facteurs irréductibles de degré 100, tandis que, modulo 5, il se factorise en un produit de 8 facteurs irréductibles : 3 de degré 4, 2 de degré 18 et 3 de degré 184. Cette méthode a permis de tester tous les nombres premiers  $m$  jusqu'à 1000.

Nous avons également utilisé la propriété démontrée dans [5] : lorsque  $m$  est premier, s'il existe un nombre premier  $p$  tel que  $E_m$  ait au plus 3 facteurs irréductibles modulo  $p$ , alors  $E_m$  est irréductible dans  $\mathbf{Z}[X]$ . Exemple :  $m = 601$ ,  $p = 23$ ,  $E_m$  a 2 facteurs irréductibles de degré 297 ;  $m = 349$ ,  $p = 3$ ,  $E_m$  a 3 facteurs irréductibles de degré 114.

## RÉFÉRENCES

- [1] BATEMAN, P.T. Note on the coefficients of the cyclotomic polynomial. *Bull. Amer. Math. Soc.* 55 (1949), 1180–1181.
- [2] BATEMAN, P.T., C. POMERANCE and R.C. VAUGHAN. On the size of the coefficients of the cyclotomic polynomials. In: *Colloquia Mathematica János Bolyai, vol. 34. Topics in Classical Number Theory*. Budapest (Hungary). North Holland, 1984, 171–202.
- [3] DEBARRE, O. and M.J. KLASSEN. Points of low degree on smooth plane curves. *J. reine angew. Math.* 446 (1994), 81–87.
- [4] HARDY, G.H. and E.M. WRIGHT. *An Introduction to the Theory of Numbers*. 4th edition. Clarendon Press, Oxford, 1960.
- [5] HÉLOU, C. Cauchy-Mirimanoff polynomials. *C. R. Math. Rep. Acad. Sci. Canada* 19 (2) (1997), 51–57.
- [6] KNUTH, D.E. *The Art of Computer Programming, vol. 2 (Semi-numerical Algorithms)*. 2nd edition. Addison Wesley, 1981.
- [7] MIGOTTI, A. Zur Theorie der Kreistheilungsgleichung. *Sitz. Akad. Wiss. Wien (Math.)* (2) 87 (1883), 7–14.
- [8] NICOLAS, J.-L. et G. ROBIN. Majorations explicites pour le nombre de diviseurs de  $n$ . *Canad. Math. Bull.* 26 (1983), 485–492.
- [9] RAMANUJAN, S. Highly Composite Numbers. *Proc. London Math. Soc.* (2) 14 (1915), 347–400. (*Collected Papers*. Cambridge University Press, 1927 and Chelsea, 1962, 78–128.)

- [10] ROSSER, J. B. and L. SCHOENFELD. Approximate formulas for some functions of prime numbers. *Illinois J. Math.* 6 (1962), 64–94.
- [11] TERJANIAN, G. Sur la loi de réciprocité des puissances  $l$ -ièmes. *Acta Arith.* 54 (1989), 87–125.

(Reçu le 29 juin 1999)

Jean-Louis Nicolas

Institut Girard Desargues  
Mathématiques, Bât. 101  
Université Claude Bernard (Lyon 1)  
43, bd du 11 novembre 1918  
F-69622 Villeurbanne Cedex  
France  
*e-mail*: [jlnicola@in2p3.fr](mailto:jlnicola@in2p3.fr)

Guy Terjanian

Laboratoire de Mathématiques Emile Picard  
Université Paul Sabatier (Toulouse 3)  
118, route de Narbonne  
F-31062 Toulouse Cedex  
France

**Vide-leer-empty**