

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 45 (1999)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** RETOUR SUR UN THÉORÈME DE CHEVALLEY  
**Autor:** Luna, D.

**Kurzfassung**

**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64453>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 10.01.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## RETOUR SUR UN THÉORÈME DE CHEVALLEY

par D. LUNA

ABSTRACT. A new proof is given of a classical result due to Chevalley, concerning the unipotent radical of algebraic groups.

Soit  $G$  un groupe algébrique affine connexe (le corps de base  $k$  étant algébriquement clos), et soit  $T$  un tore maximal de  $G$ .

Lorsqu'on développe la théorie des groupes algébriques (voir par exemple les ouvrages [Bo] ou [Sp]), après quelques généralités (sur la décomposition de Jordan, les espaces homogènes, les groupes résolubles<sup>\*</sup>), ...), on commence par établir certaines propriétés des sous-groupes de Borel : on montre que les sous-groupes de Borel sont conjugués, et que tout sous-groupe de Borel est égal à son normalisateur ; de plus, si  $\mathbf{B}^T$  désigne l'ensemble des sous-groupes de Borel de  $G$  contenant  $T$ , on montre que  $\mathbf{B}^T$  est fini et que le normalisateur  $N_G(T)$  de  $T$  opère transitivement dans  $\mathbf{B}^T$ , etc. Puis on introduit (le radical et) le radical unipotent de  $G$ , noté  $R_u(G)$  dans la suite, et on met le cap sur la structure des groupes semi-simples et réductifs.

C'est ici qu'apparaît le résultat charnière suivant, crucial pour la suite :

THÉORÈME (Chevalley). *La composante neutre de l'intersection des  $R_u(B)$  ( $B \in \mathbf{B}^T$ ), est égale au radical unipotent de  $G$ .*

Les preuves de ce théorème qu'on trouve dans la littérature (voir [Bo] § 13, page 174, ou [Sp] chap. 7, page 130), sont proches de la preuve originale de Chevalley ([Ch], exp. 12). Celle-ci utilise déjà quelques propriétés des « racines » de  $G$  et se trouve ainsi imbriquée dans l'étape suivante de la théorie : en effet, le théorème de Chevalley est utilisé à son tour lorsqu'on

---

<sup>\*</sup>) Pour une présentation simple des théorèmes de structure des groupes algébriques affines résolubles connexes, voir aussi [Do].