

**Zeitschrift:** L'Enseignement Mathématique  
**Herausgeber:** Commission Internationale de l'Enseignement Mathématique  
**Band:** 45 (1999)  
**Heft:** 3-4: L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

**Artikel:** GENERALIZED FØLNER CONDITION AND THE NORMS OF  
RANDOM WALK OPERATORS ON GROUPS  
**Autor:** UK, Andrzej  
**Kurzfassung**  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-64454>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 21.12.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

A GENERALIZED FØLNER CONDITION  
AND THE NORMS OF RANDOM WALK OPERATORS ON GROUPS

by Andrzej ŻUK

ABSTRACT. We prove a generalized Følner condition. We present a method of computing and estimating the norms of random walk operators on groups and graphs. We give explicit computations in several cases.

1. INTRODUCTION

Let us consider a pair  $(\Gamma, S)$ , where  $\Gamma$  is a finitely generated group and  $S$  is a finite, symmetric set of generators (symmetric means  $S = S^{-1}$ ).

For a finite subset  $A \subset \Gamma$  we define its *boundary*

$$\partial A = \{\gamma \in A; \text{there exists } s \in S \text{ such that } \gamma s \notin A\}.$$

A *Følner sequence* is a sequence  $\{A_n\}_{n=1}^{\infty}$  of finite subsets of  $\Gamma$  such that the cardinality of the boundary  $\partial A_n$  of the set  $A_n$  divided by the cardinality of  $A_n$  tends to zero, i.e.

$$\frac{\#\partial A_n}{\#A_n} \rightarrow_{n \rightarrow \infty} 0.$$

Følner proved in [4] that the existence of such a sequence is equivalent to amenability of the group  $\Gamma$ .

One can associate with the pair  $(\Gamma, S)$  the *simple random walk operator*  $P: l^2(\Gamma) \rightarrow l^2(\Gamma)$ :

$$Pf(\gamma) = \frac{1}{\#S} \sum_{s \in S} f(\gamma s) \quad \text{for } f \in l^2(\Gamma).$$