

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

<http://www.e-periodica.ch>

ORDERINGS OF MAPPING CLASS GROUPS AFTER THURSTON

by Hamish SHORT and Bert WIEST

ABSTRACT. We are concerned with mapping class groups of hyperbolic surfaces with nonempty boundary. We present a very natural method, due to Thurston, of finding many different left orderings of such groups. The construction uses the action of the mapping class group on the boundary of the universal cover (viewed in \mathbf{H}^2), including its limit points on the circle at infinity. We classify all orderings of braid groups which arise in this way. Moreover, restricting to a certain class of “nonpathological” orderings, we prove that there are only finitely many conjugacy classes of such orderings.

We shall be concerned with certain surfaces S and their mapping class groups $\mathcal{MCG}(S)$. The surfaces under consideration are compact, with a finite set of punctures and nonempty boundary, but not necessarily oriented. We recall that $\mathcal{MCG}(S)$ is the group of isotopy classes of homeomorphisms $S \rightarrow S$ which map ∂S identically and permute the punctures. It was first proved by Dehornoy [6] that braid groups (i.e. mapping class groups of punctured disks) are left orderable. A topological proof of this result was given in [9], and the extension to mapping class groups of general surfaces with boundary can be found in [22]. (Note that mapping class groups of surfaces with empty boundary have torsion, and thus cannot be left orderable.) Here we present a very natural method, due to Thurston [24], of finding many different left orderings of such groups. In brief, one equips the surface with a hyperbolic structure, lifts it to \mathbf{H}^2 , attaches to this cover its limit points on the circle at infinity, and notices that there is a natural action of the mapping class group on the (circular) boundary of the resulting space which fixes a point, and thus an action on \mathbf{R} . We classify the set of orderings of braid groups which arise from Thurston’s construction (not all orderings do – see the example in 2.6); more precisely, we divide these orderings into two disjoint classes, which we call orderings of finite, respectively infinite, type; the orderings inside each of the classes are classified by combinatorial means. Finite type orderings are discrete, and there exist only finitely many conjugacy classes of them. By