

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **13.09.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## 6. QUESTIONS OUVERTES

1. Pour autant que nous le sachions, la non-inclusion

$$L^\infty(\mathbf{R}^2) \not\subset W^{-1}(W^1(L^\infty(\mathbf{R}^2))),$$

ne se ramène pas, comme c'est le cas pour  $L^1$ , à des observations élémentaires sur les plongements de Sobolev.

2. Le théorème 4 laisse ouvert le problème d'une description explicite simple des espaces fonctionnels  $W^1(W^{-1}(L^\infty(\mathbf{R}^n)))$  et  $W^{-1}(W^1(L^1(\mathbf{R}^n)))$ .

3. Dans le même ordre d'idée, on vérifie facilement que les EBD

$$E_m = W^m(W^{-m}(L^\infty(\mathbf{R}^n))) \quad (m \geq 0)$$

forment une suite croissante de sous-espaces de  $bmo(\mathbf{R}^n)$ . Cette suite est-elle *strictement* croissante? Peut-on décrire simplement le sous-espace  $\bigcup_{m \geq 0} E_m$ ? Des questions homologues se posent pour la suite décroissante

$$W^{-m}(W^m(L^1(\mathbf{R}^n))) \quad (m \geq 0)$$

de sous-espaces de  $L^1(\mathbf{R}^n)$ .

4. On peut conjecturer une réciproque de la proposition 5: *si  $E$  possède la propriété de Mitiagin-Ornstein, alors  $E = W^1(W^{-1}(E))$* ; cela reviendrait à dire que  $W^1(W^{-1}(E))$  est le plus petit EBD incluant  $E$  et possédant la propriété de Mitiagin-Ornstein.

5. Peut-on trouver une «bonne» échelle de régularité d'origine  $L^1$ ? Pour préciser la question, désignons par  $\mathcal{E}$  la classe de tous les EBD de  $\mathcal{D}'(\mathbf{R}^n)$ . Existe-t-il une famille  $(S^m)_{m \in \mathbf{Z}}$  d'applications de  $\mathcal{E}$  dans  $\mathcal{E}$  telle que:

- pour tout  $E \in \mathcal{E}$ ,  $(S^m(E))_{m \in \mathbf{Z}}$  est une échelle de régularité d'origine  $E$ ,
- $S^{m+k}(L^1(\mathbf{R}^n)) = S^m(S^k(L^1(\mathbf{R}^n)))$  pour tout  $(m, k) \in \mathbf{Z}^2$ ?

## RÉFÉRENCES

- [1] AMREIN, W.O., BOUTET DE MONVEL, A. et GEORGESCU, V. *C<sub>0</sub>-Groups, Commutator Methods and Spectral Theory of N-Body Hamiltonians*. Birkhäuser, 1996.
- [2] BOMAN, J. Supremum norm estimates for partial derivatives of functions of several real variables. *Illinois J. Math.* 16 (1972), 203–216.
- [3] BOURDAUD, G. *Analyse fonctionnelle dans l'espace euclidien*. Publ. Math. Univ. Paris VII, 23 (1987, 1995).

- [4] GOLDBERG, D. A local version of real Hardy spaces. *Duke Math. J.* 46 (1979), 27–42.
- [5] MITIAGIN, B. S. On the second mixed derivative. *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 123 (1958), 606–609 (en russe).
- [6] ORNSTEIN, D. A non-inequality for differential operators in the  $L_1$  norm. *Arch. Rational Mech. Anal.* 11 (1962), 40–49.
- [7] STEIN, E. M. *Singular Integrals and Differentiability Properties of Functions*. Princeton, 1970.
- [8] TRIEBEL, H. *Theory of Function Spaces II*. Birkhäuser, 1992.
- [9] WOJCIECHOWSKI, M. *Non-inequalities of Ornstein type in partial derivatives*. Séminaire d'Initiation à l'Analyse, Paris VI (1992–93).

(Reçu le 29 février 2000)

Gérard Bourdaud

Université Pierre et Marie Curie  
Équipe d'Analyse  
Case 186  
4, place Jussieu  
F-75252 Paris Cedex 05  
France  
*e-mail*: bourdaud@math.jussieu.fr

Michał Wojciechowski

Institute of Mathematics  
Polish Academy of Sciences  
ul. Śniadeckich 8, I p.  
PL-00-950 Warszawa  
Poland  
*e-mail*: miwoj@impan.gov.pl