

Objektyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **46 (2000)**

Heft 1-2: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## TOPOLOGIE DES COURBES ALGÈBRIQUES RÉELLES : UNE QUESTION DE FELIX KLEIN

par Alexandre GABARD

**RÉSUMÉ.** On étudie la topologie des courbes algébriques réelles selon le *point de vue de Klein*, i.e. on s'intéresse au plongement de la partie réelle d'une courbe réelle dans sa complexifiée. Le résultat principal est une caractérisation des plongements possibles pour les courbes *planes*, obtenue en montrant qu'une restriction due à Rohlin est essentiellement la seule. Ce résultat répond à une question posée par Klein, puis par Gross et Harris.

### 1. INTRODUCTION

Une courbe algébrique projective complexe  $C \subset \mathbf{P}^n$  lisse et irréductible est (pour la topologie transcendante) une surface connexe compacte orientable. Si de plus  $C$  est *réelle* (i.e. définie par des équations à coefficients réels) alors la conjugaison complexe  $\sigma \in \text{Gal}(\mathbf{C}/\mathbf{R})$ , par le biais de son action sur  $\mathbf{P}^n$  coordonnée par coordonnée, préserve globalement le lieu complexe  $C$ , en fixant point par point l'ensemble des points réels que l'on notera  $C(\mathbf{R})$ .

A la courbe réelle  $C$  est donc associée une *surface symétrique*  $(X, \sigma)$ , c'est-à-dire une surface connexe compacte orientable  $X$  munie d'une involution continue  $\sigma$  qui *renverse l'orientation*.

Felix Klein disposait non seulement de la classification topologique des surfaces symétriques, mais savait aussi qu'elles sont toutes réalisables comme l'action de Galois sur une courbe algébrique réelle. Cela étant, Klein se demandait ce qu'il advient si l'on se restreint aux *courbes planes* (cf. [K3], p. 155, note en bas de page); de façon précise :

**PROBLÈME DE KLEIN.** *Caractériser les surfaces symétriques qui admettent un modèle comme l'action de Galois sur une courbe réelle lisse du plan.*