

# 1. Introduction

Objektyp: **Chapter**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **47 (2001)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern. Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

## GROUPS ACTING ON THE CIRCLE

by Étienne GHYS

### 1. INTRODUCTION

The classical theory of dynamical systems studies the orbit structure of a homeomorphism or of a flow on a manifold, *i.e.* of actions of the group  $\mathbf{Z}$  or  $\mathbf{R}$ . This theory can be generalized to actions of an arbitrary group  $\Gamma$  on a manifold. These notes propose a survey of some results concerning the case where the group  $\Gamma$  is quite arbitrary and the manifold is the circle or the real line.

This paper covers a very small part of the theory. We decided to discuss only the topological aspect; this is a pity since the theory of groups of smooth diffeomorphisms is so rich! For instance, we would have liked to discuss the so called “level theory” around Sacksteder’s theorem or problems related to structural stability. Even in the restricted domain of topological dynamics, these notes are incomplete; we should have discussed at least the remarkable classification of convergence groups due to Tukia, Casson-Jungreis, Gabai [15, 24]... The author hopes that in the near future he will be able to write a reasonably complete survey on this area.

Our main goal is to provide a motivation for our paper on actions of higher rank lattices on the circle [26]. Section 3 describes some important examples of group actions on the circle. Section 4 reviews some of the main topological and algebraic properties of the group of homeomorphisms of the circle. In Sections 5 and 6 we describe the interplay between the classical rotation number and the cohomological invariant given by the Euler class. Finally, in Section 7 we discuss recent results concerning actions of lattices on the circle. Subsection 7.2 is essentially an extract from [26].

A first version of these notes was prepared for the 13<sup>th</sup> ELAM in Lima, in June 1999.

I would like to thank John Crisp, Bruno Sévenec and Dave Witte for interesting comments on this text.