

Objekttyp: **Abstract**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **48 (2002)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

### **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*  
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, [www.library.ethz.ch](http://www.library.ethz.ch)

<http://www.e-periodica.ch>

## TORSION NUMBERS OF AUGMENTED GROUPS WITH APPLICATIONS TO KNOTS AND LINKS

by Daniel S. SILVER and Susan G. WILLIAMS<sup>\*)</sup>

*Dedicated to the memory of Arnold E. Ross*

ABSTRACT. Torsion and Betti numbers for knots are special cases of more general invariants  $b_r$  and  $\beta_r$ , respectively, associated to a finitely generated group  $G$  and epimorphism  $\chi: G \rightarrow \mathbf{Z}$ . The sequence of Betti numbers is always periodic; under mild hypotheses about  $(G, \chi)$ , the sequence  $b_r$  satisfies a linear homogeneous recurrence relation with constant coefficients. Generally,  $b_r$  exhibits exponential growth rate. However, again under mild hypotheses, the  $p$ -part of  $b_r$  has trivial growth for any prime  $p$ . Applications to branched cover homology for knots and links are presented.

### 1. INTRODUCTION

A *knot* is a simple closed curve in the 3-sphere  $S^3$ . Knots are *equivalent* if there is an orientation-preserving homeomorphism of  $S^3$  that carries one into the other. Equivalent knots are regarded as the same. An *invariant* is a well-defined quantity that depends only on a knot equivalence class. Two knots for which some invariant differs are necessarily distinct.

Associated to any knot  $k$  and natural number  $r$  there is a compact, oriented 3-manifold  $M_r$ , the  $r$ -fold cyclic cover of  $S^3$  branched over  $k$ . A precise definition can be found in [Li97] or [Ro76], for example. Topological invariants of  $M_r$  are invariants of  $k$ . Two such invariants, the first Betti number  $\beta_r$  and the order  $b_r$  of the torsion subgroup of  $H_1(M_r; \mathbf{Z})$ , were first considered by J. Alexander and G. Briggs [Al28], [AB27] and by O. Zariski [Za32]. The continuing interest in these invariants is witnessed by numerous papers (e.g., [Go72], [Me80], [We80], [Ri90] and [GS91]). We call  $b_r$  the  $r^{\text{th}}$  *torsion*

---

<sup>\*)</sup> First author partially supported by ÉGIDE at CMI, Université de Provence. Second author partially supported by CNRS at Institut de Mathématiques de Luminy. Both authors partially supported by NSF grant DMS-0071004.