

Objektyp: **ReferenceList**

Zeitschrift: **L'Enseignement Mathématique**

Band (Jahr): **48 (2002)**

Heft 3-4: **L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

where, for each $i' \in \Lambda'$, $P(i') := \bigoplus_{n \in \mathbb{N}} P_{(n, i')}$. By Lemma 11, each $P(i')$ is free, so by (13), P is also free. This proves the first part of the theorem.

For the second part, let P be any *non countably generated* projective R -module. By Kaplansky's theorem in [Ka₃], we can express P in the form $\bigoplus_{i \in \Lambda} P_i$ (for some indexing set Λ), where the P_i 's are nonzero countably generated projective R -modules. Since P itself is not countably generated, Λ must be an infinite set. Thus, the first part of the theorem applies, showing that P is free. \square

It seems plausible that, under the assumptions on R in Theorem 12, any countably but not finitely generated projective R -module P is also free. This would follow from Lemma 11 if we can decompose P as in that Lemma. However, we are not able to prove the existence of such a decomposition.

We close by recalling that most results in this note required the small 0-divisor assumption on R . The study of projective modules over general Prüfer rings (without the small 0-divisor assumption) awaits further effort.

REFERENCES

- [AP] ANDERSON, D.D. and J. PASCUAL. Regular ideals in commutative rings, sublattices of regular ideals, and Prüfer rings. *J. Algebra* 111 (1987), 404–426.
- [Ba] BASS, H. Projective modules over free groups are free. *J. Algebra* 1 (1964), 367–373.
- [BK] BREWER, J. and L. KLINGLER. Pole assignability and the invariant factor theorem in Prüfer domains and Dedekind domains. *J. Algebra* 111 (1987), 536–545.
- [CE] CARTAN, H. and S. EILENBERG. *Homological Algebra*. Princeton Univ. Press, 1956.
- [FHP] FONTANA, M., J. A. HUCKABA and I. J. PAPICK. *Prüfer Domains*. Monographs in Pure and Applied Math., Vol. 203. Marcel Dekker, New York–Basel–Hong Kong, 1997.
- [FS] FUCHS, L. and L. SALCE. *Modules over Non-Noetherian Domains*. Math. Surveys and Monographs, Vol. 84. Amer. Math. Soc., Providence (R.I.), 2001.
- [GH] GILMER, R. and W. HEINZER. On the number of generators of an invertible ideal. *J. Algebra* 14 (1970), 139–151.
- [Gr] GRIFFIN, M. Prüfer rings with zero divisors. *J. reine angew. Math.* 239–240 (1970), 55–67.
- [HL] HEITMANN, R. C. and L. S. LEVY. $1\frac{1}{2}$ and 2 generator ideals in Prüfer domains. *Rocky Mountain J. Math.* 5 (1975), 361–373.

- [Ka₁] KAPLANSKY, I. Elementary divisors and modules. *Trans. Amer. Math. Soc.* 66 (1949), 464–491.
- [Ka₂] ——— Modules over Dedekind rings and valuation rings. *Trans. Amer. Math. Soc.* 72 (1952), 327–340.
- [Ka₃] ——— Projective modules. *Ann. of Math. (2)* 68 (1958), 372–377.
- [Ka₄] ——— *Commutative Rings*. Revised edition. Univ. of Chicago Press, Chicago and London, 1974.
- [La₁] LAM, T. Y. *A First Course in Noncommutative Rings*. Second edition, Graduate Texts in Math., Vol. 131. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 2001.
- [La₂] ——— *Lectures on Modules and Rings*. Graduate Texts in Math., Vol. 189. Springer-Verlag, Berlin–Heidelberg–New York, 1998.
- [LM] LARSEN, M. D. and P. J. MCCARTHY. *Multiplicative Theory of Ideals*. Monographs in Pure and Applied Math., Vol. 43. Academic Press, New York, 1971.
- [Sch] SCHÜLTING, H.-W. Über die Erzeugendenanzahl invertierbarer Ideale in Prüferingen. *Comm. Algebra* 7 (1979), 1331–1349.

(Reçu le 18 avril 2002)

L. G. Feng

National University of Defense Technology
Changsha 410073
P. R. China
e-mail: flg@math.berkeley.edu

T. Y. Lam

University of California
Berkeley, CA 94720
U. S. A.
e-mail: lam@math.berkeley.edu

Vide-leer-empty